X-22

COMITETUL UNIUNII SINDICATELOR
DIN INSTITUȚIILE
DE ÎNVĂȚĂMÎNT ȘI CULTURĂ

MINISTERUL
ÎNVĂȚĂMÎNTULUI

în colaborare cu:

INSTITUTUL DE CERCETĂRI PEDAGOGICE

INSTITUTUL CENTRAL DE PERFECȚIONARE
A PERSONALULUI DIDACTIC

UNIUNEA SOCIETĂȚILOR ȘTIINȚIFICE
ALE CADRELOR DIDACTICE

SIMPOZIONUL NAȚIONAL

„ROLUL ȘI LOCUL EDUCATORULUI ÎN PROCESUL DE MODERNIZARE A ÎNVĂȚĂMÎNTULUI"

„ANUL INTERNAȚIONAL AL EDUCAȚIEI – 1970"

București — 31 octombrie — 1 noiembrie 1970

Secţia a VII-a : MATEMATICĂ

BIROUL SECŢIEI :

Acad. *Grigore C. Moisil,* Universitatea Bucureşti.

Prof. *Constantin Ottescu,* secretar general al Societăţii de ştiinţe matematice.

Prof. *Vasile Ştefănescu,* cercetător ştiinţific principal, Institutul de cercetări pedagogice.

Cele 11 comunicări prezentate în cadrul secţiei au avut o tematică foarte variată vizînd modernizarea învăţămîntului matematic în şcoli, conţinutul şi metodele de predare şi totodată relevînd direcţiile mari de orientare a matematicii şcolare pe linia profundelor transformări care au loc în matematica contemporană. În prezent are loc în lume o mişcare care urmăreşte restructurarea învăţămîntului matematic în şcoală. Se susţine ca în învăţămîntul matematic din şcoli, metodele aşa zise moderne, bazate pe cunoştinţele despre mulţimi, pe logica matematică şi structurile algebrice, să dobîndească o pondere mai mare. În acest spirit în majoritatea comunicărilor, s-au expus teme privind utilizarea unor teorii matematice generale în prezentarea unor noţiuni şi cunoştinţe clasice, atît la nivelul claselor I—IV, cît şi la nivelul şcolii generale şi a liceului.

1. În comunicarea : *„Jocurile logice şi primele noţiuni de matematică modernă“* de profesor *Gheorghe Iftimie,* de la Şcoala generală nr. 4 — Piatra Neamţ, se arată că necesitatea şi utilitatea modernizării învăţămîntului matematic are în vedere evitarea „pragurilor“, a repetărilor inutile, supărătoare şi uneori contradictorii, asigurarea unei concepţii unitare a învăţămîntului în toţi anii de şcoală, corelarea într-o unitate structurală a tuturor disciplinelor matematice.

Procesul de înnoire poate şi trebuie să înceapă de la primele cunoştinţe şi deprinderi dobîndite încă din grădiniţă, de la primii paşi în matematică. Învăţămîntul tradiţional stabileşte primul contact al copilului cu matematica prin intermediul numărului.

„Micul matematician“ numără, însă, mecanic, fără a sincroniza acest proces cu manipularea obiectelor, fără a stabili o legătură raţională între rezultatul numărării şi cel al operaţiilor făcute în cadrul acestui proces.

Numerele astfel constituite — exclusiv pe baza unităţii — (abstracţie pe care mintea copilului n-o poate concepe cu uşurinţă) devin în primii ani de şcoală „materia primă“ pentru operaţiile aritmetice, transformate uneori în nejustificaţi algoritmi. Este lesne de înţeles de ce noţiunea de număr, formată pe această cale, în loc să reflecte fidel relaţiile cantitative între obiectele realităţii înconjurătoare, împiedică pe elev să sesizeze relaţiile în sine, din care cauză problemele devin uneori un adevărat calvar. Aceasta înseamnă, arată autorul, că trebuie să se acorde prioritate dezvoltării operaţiilor de gîndire, dobîndirea deprinderilor de calcul trecînd pe al doilea plan. Operaţiile logice trebuie însuşite prin manipularea unor obiecte reale, fără a recurge la numere (cel puţin la început), prin exerciții topologice și reprezentări (mai întîi grafice și numai după aceea numerice).

Numai înzestrarea cu un aparat logic, suplu și polivalent, va permite copilului orientarea în complexul tuturor problemelor realității înconjurătoare. Întrucît activitățile de bază se desfășoară sub forma jocului didactic, iar scopul principal nu este acumularea de cunoștințe, ci dezvoltarea judecății, ele poartă denumirea de jocuri logice. În continuare se arată cîteva concluzii ce se desprind în urma experimentelor desfășurate.

— Copiii (fie ei și de vîrstă preșcolară) sînt foarte receptivi la noțiunile de matematică modernă.

— Ei sînt capabili să efectueze operații cu mulțimi de obiecte și să exprime rezultatul acestora sub forma calculului propozițional (implicație, negație, conjuncție, disjuncție).

— Cunoștințele sînt accesibile elevilor, ceea ce desminte părerea că matematica modernă ar fi destinată în exclusivitate „vîrfurilor".

— În eșalonarea acestor cunoștințe, în gradarea lor, trebuie respectate cu strictețe particularitățile de vîrstă : întîi lucrăm cu obiecte concrete, apoi cu obiecte reprezentative, cu schițe și grafe și numai în final cu simboluri.

— Începem prin folosirea limbajului familiar, și numai apoi, treptat, pas cu pas, și cu deosebită prudență, introducem terminologia științifică.

— Pornim de la jocuri simple, în care educatoarea își capătă treptat rolul de conducător și arbitru, la activități libere, dirijate de învățători (clasa I-a), și numai după aceea la lecții și activități în cerc, organizate după regulile cunoscute.

Încă din primele zile de grădiniță copilul ia contact cu mulțimi de obiecte (copii, măsuțe, scăunele) despre care nu trebuie să i se țină lecții speciale, nici să se utilizeze desene sau simboluri, nici măcar să se pronunțe cuvinte specifice (mulțime, element aparține). În intuirea mulțimilor trebuie să avem în vedere ca, pentru început, obiectele componente să fie grupate în cîmpul vizual și să nu difere prin mărime, formă, culoare, treptat renunțîndu-se la atributele neesențiale.

După îmbogățirea experienței senzoriale copilul percepe mulțimea ca un tot unitar, acordînd în prim plan atenție elementelor care se succed, stabilind apoi relații între elementele componente. Micul preșcolar intuiește însușirile concrete ale obiectului (culoare, formă, mărime, poziție spațială), însă relațiile cantitative (numărul) sînt sesizate mai tîrziu și numai după depășirea etapei de percepere a mulțimii.

Primele jocuri au menirea să-i familiarizeze pe copii cu denumirea corectă a pieselor prin intermediul atributelor. Ei alcătuiesc mulțimi cu ajutorul proprietății caracteristice (ex. grămada pieselor albastre), dar rezolvă și reversul problemei : găsirea proprietății definitorii pentru o anumită grămadă. În această etapă copiii fac cunoștință și cu complementara mulțimii, denumind-o cu ajutorul negației (grămada pieselor ne-albastre). Jocurile logice se încadrează perfect în prevederile noii programe pentru învățămîntul preșcolar, urmînd o eșalonare precisă (jocuri pregătitoare, jocuri de diferențe, jocuri cu cercuri, jocuri de transformări, de echivalență etc.), ele adaptîndu-se atît activităților libere cît și celor obligatorii. În perioada pregătitoare de la începutul clasei I, ele asigură adaptarea micilor școlari la noul regim, apoi le completează activitatea din lecții, constituind și un mijloc de recreere activă.

Noțiunile și deprinderile dobîndite pe această cale pot fi consolidate în următorii ani de școală și își găsesc o largă aplicare la cunoștințele de matematică prevăzute în programele claselor V—VIII.

2. În lucrarea *„Introducerea la clasele III—IV a noțiunii generale de operație internă binară într-o mulțime“* de prof. *Dumitru Roșca* — Liceul „Calistrat Hogaș“-Piatra Neamț, se arată că practica dovedește că, cel puțin, în jurul vîrstei de 8 ani, pot fi însușite noțiuni elementare despre mulțimi, pot fi utilizate cu succes simbolurile și un minimum de terminologie necesară exprimării ideilor din această temă.

Autorul arată o modalitate de introducere a unor noțiuni moderne despre fracții și operații cu fracții, pe baza mulțimii cuplelor de numere naturale, cu a doua componentă nenulă.

Se consideră în acest sens mulțimea :

$$C = \{(x, y) \mid x \in N, y \in N, y \neq 0\}$$

pe care o numim mulțimea cuplelor de numere naturale, cu a doua componentă nenulă.

Două cuple oarecare (a, b) și (c, d) din C le vom considera egale, notînd :

$$(a, b) = (c, d)$$

dacă și numai dacă avem $a = c$ și $b = d$.

Observăm imediat că

$$C \subset N \times N$$?

Acum pentru (a, b) și (c, d) cuple din C, formulăm regulile de corespondență :

$$\big((a, b), (c, d)\big) \xrightarrow{+} (a, d + b.\, c, bd) \qquad (1)$$

$$\big((a, b), (c, d)\big) \xrightarrow{-} (ad - bc, b\,d) \qquad (2)$$

$$\big((a, b), (c, d)\big) \xrightarrow{\cdot} (ac, bd) \qquad (3)$$

$$\big((a, b), (c, d)\big) \xrightarrow{:} (ad, bc) \text{ dacă } c \neq 0 \qquad (4)$$

Semnele „+“, și „·“ din membrul drept al acestor relații reprezentînd operațiile corespunzătoare în N.

Prin exemple se ajunge la concluzia că regule (1) și (3) definesc în C operații totdeauna posibile, în timp ce (2) și (4) definesc operații ce nu sînt totdeauna posibile.

Autorul numește aceste operații adunarea, scăderea, înmulțirea și împărțirea cuplelor din C.

a. Fie mulţimea C a cuplelor cu a doua componentă nenulă.

$$C = \{x, y) \mid x \in N, y \in N, y \neq 0\}$$

Două cuple (a, b) şi (c, d) din C le numim echivalente dacă şi numai dacă satisfac condiţia $ad = bc$, ceea ce notăm

$$(a, b) \sim (c, d) \rightleftarrows ad = bc \tag{5}$$

În continuare, autorul arată cum din elementele lui C formăm submulţimi ale lui C, astfel :

— aşezăm în aceeaşi submulţime un cuplu din C, ales după voie, împreună cu toate cuplele din C, echivalente cu el ;

— alegem un cuplu din cele rămase în C, şi-l aşezăm într-o nouă submulţime, împreună cu toate cuplele din C, echivalente cu el.

Se continuă procedeul pînă la epuizarea elementelor lui C.

Expunerea are loc simultan cu exemplificările concrete, formarea submulţimilor.

Numim clase, submulţimile lui C, astfel obţinute. Se constată că am obţinut o nouă mulţime F, care are drept elemente, clasele respective.

Discutînd modul de formare a lui F, facem observaţiile că fiecare cuplu a fost aşezat într-o clasă şi numai în una, reuniunea claselor reface mulţimea C, iar în două clase distincte nu există cuple echivalente.

Numim mulţimea F, mulţimea fracţiilor ordinare, iar fiecare clasă în parte, fracţie ordinară.

b. Pentru definirea unor operaţii în F, cuplele de clase sînt incomod de scris, deoarece clasele sînt incomod de scris. De aceea vom introduce notări simbolice mai simple pentru clase.

Notarea claselor este sugerată de observaţia că o dată cunoscut un cuplu din clasă, pe baza relaţiei (5) poate fi găsit orice alt cuplu al clasei, deci întreaga clasă. Aşadar, orice cuplu din clasă poate reprezenta clasa. De aceea cuplelor din clasă le vom spune şi reprezentanţi ai clasei.

Cînd un cuplu (a, b) este folosit pentru a reprezenta clasa căreia aparţine, el se va scrie sub forma $\frac{a}{b}$. Astfel, prima clasă din F este reprezentată de oricare din notaţiile :

$$\left\{\frac{2}{3}\right\}, \left\{\frac{4}{6}\right\}, \left\{\frac{6}{9}\right\}, \left\{\frac{8}{12}\right\} \text{ etc.}$$

Rezultă imediat că avem :

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

şi în general

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{b} \longleftrightarrow ad = bc$$

Aşadar o notaţie de forma $\frac{a}{b}$ cu $b \neq 0$ reprezintă o fracţie ordinară. In ea, a se numeşte numărător, iar b numitor. Aceeaşi fracţie ordinară poate fi reprezentată într-o infinitate de moduri, corespunzătoare fiecărui cuplu din cele ce constituie clasa respectivă.

Desigur, este mai comod a reprezenta fracţia ordinară prin cuplu, ce are componentele cele mai mici. Un astfel de cuplu se numeşte reprezentant ireductibil. Se observă că pentru o aceeaşi fracţie se poate trece de la un reprezentant cu componentele mai mici la altul cu componentele mai mari (şi invers), prin înmulţirea (sau împărţirea dacă este posibil) ambelor componente cu acelaşi număr natural. Această proprietate o numim amplificare (respectiv simplificare).

Cu notarea simbolică introdusă, mulţimea F, a fracţiilor ordinare se poate scrie :

$$F = \left\{ \frac{a}{b} \middle| a \in N, b \in N, b \neq 0 \text{ şi } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} <=> a.d = bc \right\}$$

c) În mulţimea F a fracţiilor ordinare definim o regulă de corespondenţă de la un cuplu de clase, la o clasă, astfel :

— alegem un reprezentant *(a, b)* după voie, din prima clasă a cuplului, şi un reprezentant *(c, d)* tot după voie, din a doua clasă a cuplului ;

— facem adunarea reprezentanţilor aleşi, după regula (11) de adunare a cuplelor din C ;

— punem cuplul de clase, în corespondenţă cu acea clasă din F, căreia aparţine cuplul rezultat la adunarea anterioară.

Se expun în continuare regulile de adunare şi scădere, pe baza operaţiilor cu perechi.

În lucrarea sa, *„Elemente de matematică modernă la clasele III-V“*, prof. *Tifui Vasile* din Bicaz, arată că, urmărind cu interes preocupările pe plan mondial şi naţional, în legătură cu stabilirea treptelor de învăţămînt la care să se înceapă introducerea diferitelor elemente de matematică modernă, folosind în această direcţie experienţa proprie, şi-a propus să experimenteze predarea unor elemente de matematică modernă la clasele mici. Se arată că însuşirea cît mai exactă a acestor noţiuni, nu este condiţionată, în primul rînd, de cunoştinţele de matematică clasică pe care le posedă elevii (la fel de bine şi-au însuşit aceste noţiuni şi elevii din clasa a V-a şi cei din clasa a III-a). Varietatea exemplelor date de elevi la lecţii, ţine mai mult de experienţa lor de viaţă şi mai puţin de experienţa lor de matematică.

Autorul prezintă în continuare cîteva exemple referitoare la cunoştinţele predate :

I. Să se găsească mulţimile A, B dacă se cunoaşte că :

1) $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$

2) $A \cap B = \{4; 5\}$

3) $A / B = \{6; 7\}$

II. Să se găsească mulţimile A, B dacă se cunoaşte că :

1) $A \subset B$; 2) $B \setminus A = \{a; d\}$; 3) $A \cap B = \{b; c\}$

În continuare autorul arată că e posibil ca experimentul să nu reuşească, şi aceasta nu datorită faptului că elevii n-ar fi capabili să-şi însuşească cunoştinţele respective, ci din cauza insuficientei pregătiri ştiinţifice şi metodice a celor ce experimentează.

4. În lucrarea *„Aspecte pedagogice cu privire la introducerea calculului vectorial în liceu“*, *V. Ştefănescu* şi *Florica Glod*, cercetători ştiinţifici la Institutul de cercetări pedagogice — Bucureşti, arată că printre cunoştinţele de matematică predate în şcoală, noţiunea de vector şi elementele de calcul vectorial sînt importante deoarece permit elevilor să degaje structura de spaţiu vectorial, pornind de la concepte geometrice simple. Pe linia considerentelor psihologice, introducerea pe cale geometrică a noţiunii de vector creează analogii, care permit elevilor să înţeleagă şi să vadă mai bine, în clasele superioare ale şcolii, structura de spaţiu vectorial. Introducerea acestei noţiuni trebuie concepută, atît pentru fundamentarea axiomatică a noţiunii de spaţiu vectorial, cît şi pentru cerinţele de ordin aplicativ privitoare la folosirea calculului vectorial (în trigonometrie, geometrie, mecanică, fizică).

Metoda axiomatică dezvoltă capacităţile deductive ale elevilor şi constituie un stimulent al dezvoltării continue a posibilităţilor de generalizare şi abstractizare, eliberîndu-se de legături concrete şi intuitive. Dar adaptarea unei poziţii iniţial axiomatice creează dificultăţi de ordin psihologic în calea însuşirii cunoştinţelor matematice, ce se manifestă prin:

— memorarea mecanică a proprietăţilor, care definesc o structură de spaţiu vectorial pe o anumită mulţime;

— lipsa unei motivaţii care să justifice introducerea noţiunilor noi;

— neînţelegerea semnificaţiei noţiunii de operaţie în sens generalizat.

De aceea este necesar, ca în mod progresiv, pe baza unor exersări sistematice, să se ajungă, pornind de la modele intuitive, la definiţii generale a unor spaţii abstracte.

Din aceste considerente, introducerea în şcoală a elementelor de calcul vectorial permite o tratare unitară ale matematicii (geometrie, trigonometrie), evitîndu-se compartimentarea lor exagerată, cît şi repetiţiile prin evidenţierea interacţiunii dintre cunoştinţe; în acelaşi timp se creează şi un model al unei structuri abstracte.

Utilizarea noţiunii de vector lărgeşte şi clarifică înţelesul unor noţiuni fizice sau mecanice, deschizînd perspective pentru lărgirea continuă a cunoştinţelor ulterioare.

În lucrarea *„Noţiuni de logică matematică în şcoala de cultură generală şi în liceu“* de profesorii: *D. Butuc* şi *Mihlea Lindenştein* de la liceul „Petru Rareş“ din Piatra Neamţ, se arată că, în momentul de faţă, se pune problema structurării, a ordonării matematicii prin logică. Dar orice prezentare a noţiunilor fundamentale şi a rezultatelor mai importante din matematică presupune cunoaşterea anumitor elemente de bază din teoria mulţimilor. Introducerea elementelor despre mulţimi şi logică matematică se referă la clasele V—XII. La clasele V—VIII, baza studiului matematicii să rămînă formarea deprinderilor de calcul, dar să se utilizeze elemente de teoria mulţimilor, care să asigure formarea unor idei unitare despre noţiunile predate.

Idei despre unele noţiuni de logică matematică sînt prezentate peste tot în predarea matematicii la clasele V—VIII; ele trebuie subliniate, în aşa fel încît să înlesnească introducerea lor în mod explicit la clasele mai mari. Ne referim la noţiunile de propoziţie, valoare de adevăr, conjuncţie, disjuncţie, negaţie, implicaţie, echivalenţă, cuantificator universal, cuantificator existenţional, precum şi la utilizarea simbolurilor respective. Este necesar ca aceste noţiuni şi simboluri să se introducă treptat în predarea diferitelor capitole de matematică, încît să se asigure înţelegerea conţinutului noţiunilor respective, folosirea lor corectă şi formularea raţionamentelor.

Încă din clasa a V-a, li se poate spune elevilor că : 19 este un număr natural", $3 \times 2 + 6 - 1 = 3 + 8$", „$6 < 2$; ş.a. sînt propoziţii (unele adevărate, altele false). Ulterior se poate insista asupra faptului că propoziţiilor pe care le întîlnesc le corespunde una şi numai una din valorile de adevăr sau fals. La fel se poate introduce negaţia unei propoziţii p, şi ulterior observaţia că dacă p este adevărat $\bar{p}$ este fals şi reciproc.

Implicaţia propoziţiilor se poate pune în evidenţă tot din clasa a V-a sub forma „din propoziţia p rezultă propoziţia q" (Din faptul că „$2 + 3 = 5$" rezultă „$3 + 2 = 5$").

Autorii consideră foarte necesar ca în predarea noţiunilor despre mulţimi să se stabilească analogia dintre algebra mulţimilor şi algebra propoziţiilor.

În ceea ce priveşte liceele de cultură generală şi de specialitate se crede că ar fi posibilă întocmirea unui program minimal de logică matematică, menit să dezvolte gîndirea elevilor, să creeze condiţii mai bune pentru înţelegerea matematicii din şcoală şi care să influenţeze în mod pozitiv asupra dezvoltării lor intelectuale, prin familiarizarea cu gîndirea matematică.

6. În comunicarea : *„Aplicaţii ale elementelor de geometrie analitică la problemele de programare matematică"* de profesor *Bebea Nicolae* de la Liceul Nr. 1 „Gr. Alexandrescu" din Tîrgovişte, se arată că o subgrupă de probleme de programare matematică, o constituie problemele de programare liniară. Aceste probleme se deosebesc de celelalte prin faptul că modelul lor matematic se scrie cu ajutorul funcţiilor liniare.

Din punct de vedere matematic, o problemă de programare liniară constă în a găsi valorile unor variabile x (i = 1,2, ... n), care fac maximă sau minimă o funcţie liniară $f = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_n \; x_n$, numită funcţie obiectiv sau de eficienţă şi care sînt supuse unor condiţii de formă :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leqslant b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + c_{21}x_n \leqslant b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leqslant b_m \end{cases}$$

$$\text{şi } x_j \geqslant 0 \, (j = 1,2 \ldots n)$$

Toate aceste condiţii (relaţii) constituie modelul matematic al unei probleme de programare liniară. A rezolva acest program liniar, înseamnă a găsi o soluţie a sistemului care să facă maximă sau minimă, după caz, funcţia obiectiv.

Geometria analitică prin conţinutul său ca : separarea planului în regiuni, distanţa de la un punct la o dreaptă, conicele etc. oferă un bun prilej de a scoate în evidenţă problemele de programări lineare.

Metoda generală de rezolvare specifică programării liniare este metoda simplex, însă pot fi folosite în rezolvare şi unele metode particulare specifice unor categorii de probleme, dintre care menţionăm *metoda grafică*. Această metodă se aplică cu succes în spaţiul cu două dimensiuni şi se enunţă în acest mod :

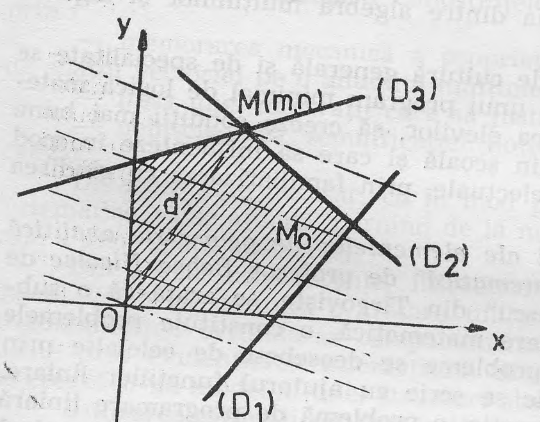
„Să se determine valorile pozitive ale variabilelor x şi y care satisfac condiţiile :

$$a_1x+b_1y\leqslant C_1$$
$$a_2x+b_2y\leqslant C_2$$
$$a_3x+b_3y\leqslant C_3$$
$$x\geqslant 0\,;\,y\geqslant 0 \text{ şi } a_i,\ b_i\ c_i \text{ sînt reali } (i=1,\ 2,3)$$

pentru care funcţia $f=px+qy$ să ia o valoare maximă (sau minimă)"

Autorul indică, în continuare, următorul procedeu de rezolvare. Prezentăm grafic dreptele :

$$(D_1): a_1x+b_1y-c_1=0$$
$$(D_2): a_2x+b_2y-c_2=0$$
$$(D_3): a_3x+b_3y-c_3=0$$



Considerăm coeficienţii a_i, b_i, c_i $(i=1,\ 2,\ 3)$ strict pozitivi şi în acest caz, dreptele taie axele de coordonate în partea lor pozitivă.

Haşurăm domeniul din plan pentru care sînt verificate simultan cele trei inegalităţi, la care se mai adaogă $x\geqslant 0$ şi $y\geqslant 0$. Acest domeniu din plan va fi un poligon convex situat în primul cadru al sistemului de axe xoy.

Dacă $M_0(x_0;\ y_0)$ este un punct din domeniul haşurat, atunci numărul $f_0=px_0+qy_0$ variază după poziţia punctului M_0.

Dacă notăm cu d, distanţa de la origine la dreapta $px+qy-f=0$ se obţine $d=\frac{|-f|}{p^2+q^2}=\frac{f}{k}$ sau $f=kd$, unde f este direct proporţională cu distanţa d şi deci ea va deveni maximă (sau minimă) odată cu d. În acest scop, scriem funcţia obiectiv sub forma $y=-\frac{p}{q}x=\frac{f}{q}$, unde $q\neq 0$ şi notăm cu $\lambda=\frac{f}{q}$.

Deoarece λ este variabil, atunci ecuaţia $y=-\frac{q}{p}x+\lambda$ reprezintă un fascicul de drepte paralele cu dreapta (D) : $y=-\frac{p}{q}x$.

Soluția problemei constă în a găsi acel punct, din domeniul hașurat sau de pe conturul său, căruia în corespunde ordonata la origine, cea mai mare sau cea mai mică, după cum se cere maximul sau minimul funcției obiectiv.

Reprezentăm grafic dreapta (*D*) și îi ducem drepte paralele numite linii de nivel, determinînd pe aceea cu ordonata la origine, care corespunde problemei propuse. Să presupunem că este (*D*) : $y = -\frac{p}{q}x + \lambda_{max}$. care trece prin M.

În acest caz rezolvăm sistemul : $\begin{cases} a_2 x + b_2 y - c_2 = 0 \\ a_3 x + b_3 y - c_3 = 0 \end{cases}$

și obținem *M* (m ; n) Avem max. $f = pm + qn$.

În concluzie, pentru a determina soluția optimă a unei probleme de programare liniară prin metoda grafică, se construiește poligonul soluțiilor determinat de sistemul de inegalități și apoi se rezolvă sistemul format de ecuațiile celor două drepte la intersecția cărora se află punctul cel mai apropiat, respectiv cel mai departe de dreapta (*D*): $y = -\frac{p}{q}x$.

Se dau și alte exemple de probleme care conduc la programări lineare.

În cadrul sesiunii s-au mai prezentat următoarele lucrări :

1. *„Dezvoltarea operativității gîndirii elevilor prin rezolvarea unor exerciții și probleme la clasa I—IV“* de înv. *Ștefănescu Maria*, de la liceul pedagogic din Focșani.

2. *„Unele cercetări în legătură cu sporirea eficienței lecțiilor de aritmetică la clasa III a* de *înv. Zirk Adam,* Liceul Buziaș.

3. *„Despre munca independentă în cadrul lecțiilor de matematică“* de prof. *Otilia Asanache,* Liceul „Ștefan cel Mare“ din Rm. Sărat.

4. *„Un nou tip de măsurătoare și mijloace pentru folosirea bețișoarelor“* de înv. *Pătru Cîrstescu,* Școala generală nr. 3 din T. Severin.

De asemenea, au fost trimise pentru simpozion lucrări cu caracter metodic sau de conținut. În lucrarea *„Matematica la televizor“* de conf. univ. *Eugen Rusu* se arată obiectivele de ordin instructiv-educativ ce trebuiesc urmărite prin aceste lecții, modalitățile de expunere și metode de organizare și stimulare.

În lucrarea : *„Elemente de topologie în liceu“* de prof. *Ionel Decu*, Liceul „V. Alecsandri“ din Galați, se arată că introducerea unor elemente de topologie obișnuite a numerelor reale, ar permite tratarea mai sistematică și riguroasă a unor teoreme din analiză.

Discuțiile purtate pe marginea lucrărilor prezentate, participanții la consfătuire au relevat însemnătatea adaptării conținutului matematicii predate în școală, a necesităților impuse de dezvoltarea științelor matematice.

Prof. *Constantin Ottescu,* secretar general al Societății de științe matematice arată că nivelul scăzut din punct de vedere științific al matematicilor școlare în clasele I—IV, se datorează lipsei de transformare corespunzătoare a programelor școlare și subliniază necesitatea introducerii elementelor de calcul vectorial în liceu.

Prof. *Grigore Bănescu,* redactor şef al Gazetei matematice seria A, arată necesitatea de a se transforma în profunzime programele şcolare pentru a se introduce elemente de logică matematică şi teoria mulţimilor.

Face apoi unele completări privitoare la introducerea noţiunii de număr raţional.

Prof. *N. Teodorescu* face unele completări cu privire la sensul riguros matematic al unor noţiuni matematice prezentate în lucrarea prof. Roşca.

Prof. *Gheorghe Popescu* de la Liceul „Dimitrie Bolintineanu" arată necesitatea de a se creea unele modele geometrice, care să facă accesibilă cunoaşterea unei teorii abstracte matematice.

Participanţii la consfătuire au subliniat necesitatea modernizării continue a programelor şi manualelor.

În concluziile desprinse din lucrările prezentate şi discuţiile purtate pe marginea acestora de participanţi, tovarăşii : *Constantin Ottescu,* secretar general al Societăţii de ştiinţe matematice şi *Vasile Ştefănescu* cercetător ştiinţific principal în Institutul de cercetări Pedagogice, au subliniat necesitatea restructurării integrale a ştiinţelor matematice predate în şcoală, pentru a asigura o succesiune raţională şi logică a cunoştinţelor moderne pe tot parcursul şcolii (clasa I-XII).

De asemenea, s-a arătat că este recesar ca să fie revizuită matematica predată în clasele I—IV, pentru a se pregăti de timpuriu elevii în conceptele matematicii moderne.

În învăţămîntul actual al matematicii este necesar să se acorde o atenţie specială metodelor aşa zise moderne bazate pe cunoştinţe de teoria mulţimilor şi logică matematică.

Învăţămîntul în clasele I—IV nu trebuie subordonat exclusiv învăţării pe de rost a celor 4 operaţii aritmetice. Este necesar să se formeze elevilor şi deprinderi specifice de raţionament matematic. Programa de matematică în cursul liceal trebuie mai pronunţat orientată către aplicaţii. În acest scop trebuie vizate acele domenii ale matematicii care au pondere mai mare în aplicaţii (programări lineare, statistică matematică etc).