1980/81
5.04.1985

CONDUCTOR IZOLAT ÎN ECHILIBRU ELECTROSTATIC
POTENȚIALUL UNUI CONDUCTOR

1. Echilibrul electrostatic al unui conductor.

Un conductor electrizat, izolat, la care sarcinile electrice libere (electronii) sînt în repaus este în „echilibru electrostatic".

2. Intensitatea cîmpului electric $\vec{E}$ în interiorul conductorului izolat, electrizat, aflat în echilibru electrostatic.

$$\vec{E}=0$$

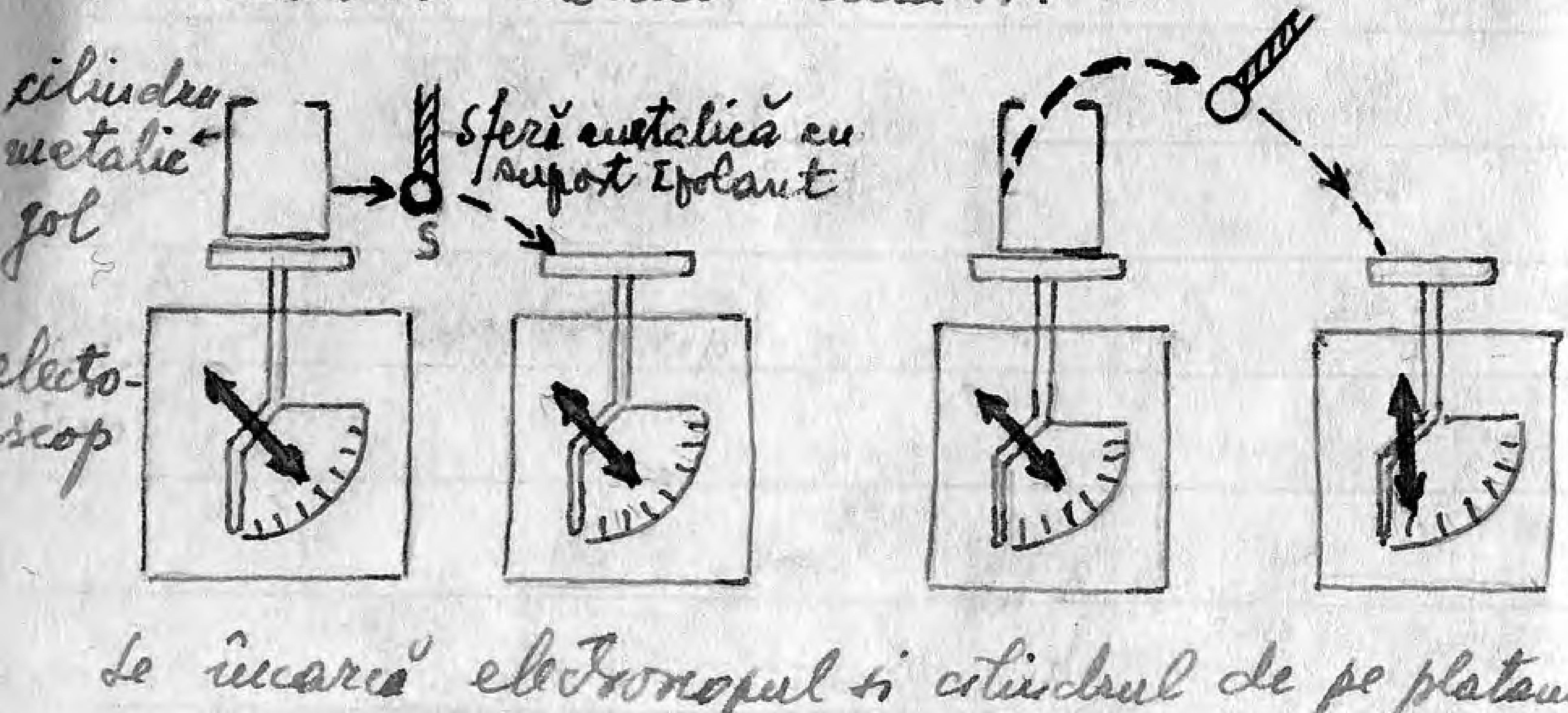
În adevăr, într-un punct A în care am avea $\vec{E}_A \neq 0$ sarcinile electrice libere q ar fi acționate de forța $\vec{F}=q\vec{E}\neq 0$ și s-ar pune în mișcare pe direcția liniei de cîmp, deci conductorul nu ar mai fi în echilibru electrostatic.

3. Distribuția sarcinilor electrice sosite pe un conductor ~~[illegible]~~ izolat, aflat în echilibru electrostatic.

Se face numai pe suprafața exterioară a conductorului.

a) În adevăr, dacă sarcina electrică în exces dobândită de conductor prin electrizare s-ar distribui și în interiorul conductorului, ea ar crea în interior un câmp nenul, $\vec{E} \neq 0$, și echilibrul electrostatic nu s-ar putea realiza.

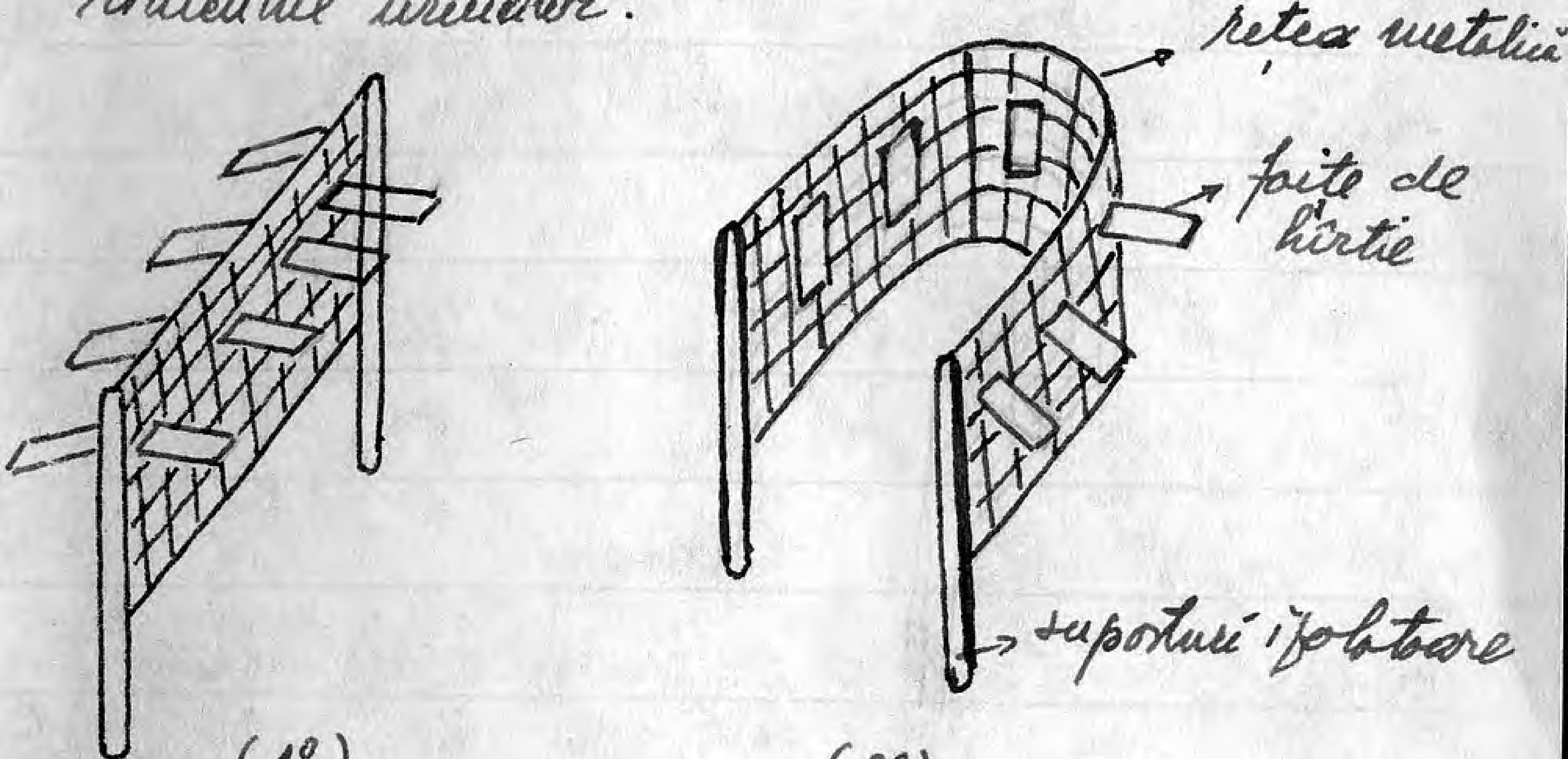
b) Această distribuție poate fi pusă în evidență experimental în modul următor:



Se încarcă electroscopul și cilindrul de pe platanul său la o mașină electrică. Se atinge sfera metalică de fața exterioară a cilindrului, apoi de platanul celuilalt electroscop, încă neîncărcat. Acul acestuia deviază, dovadă că pe fața exterioară a cilindrului electrizat se găsesc sarcini electrice.

Dacă sfera S este pusă în contact mai întâi cu suprafața interioară a cilindrului electrizat, și apoi cu electroscopul neîncărcat, acul acestuia nu deviază, dovadă că sfera S nu a preluat sarcini electrice de pe suprafața interioară a cilindrului electrizat.

c) Distributia sarcinilor electrice numai pe fața exterioară a conductorului este pusă în evidență și din experimentul următor.



(1°) (2°)

Se electrizează rețeaua și, în cazul (1°), se observă că foițele de pe ambele fețe ale ei se îndepărtează de rețea. În cazul (2°) se îndepărtează de rețea numai foițele de hîrtie prinse pe fața exterioară a rețelei, dovadă că numai pe ea sînt sarcinile electrice luate prin electrizare.

4. Ecranarea electostatică

Proprietatea conductorilor în echilibru electrostatic de a nu avea în interior nici cîmp electrostatic, nici sarcină electrică liberă este folosită pentru protejarea unor aparate sensibile la influența unor cîmpuri electrice. Aceste aparate se înconjoară cu ecrane electrice, ce constau din corpuri metalice goale în interior, legate la pământ.

5. Potențialul punctelor din interiorul unui conductor izolat, electrizat, aflat în echilibru electrostatic.

Aceste puncte au același potențial.

În adevăr, dacă în interiorul conductorului izolat, electrizat, în echilibru electrostatic, avem $\vec{E}=0$ în orice punct, zona respectivă o putem asimila cu un câmp electric uniform. În baza relației $U_{AB}=Ed_{AB}$ valabile într-un astfel de câmp, avem $U_{AB}=0\cdot d_{AB}$, sau $U_{AB}=0$. Aceasta se scrie

$$V_A - V_B = 0$$

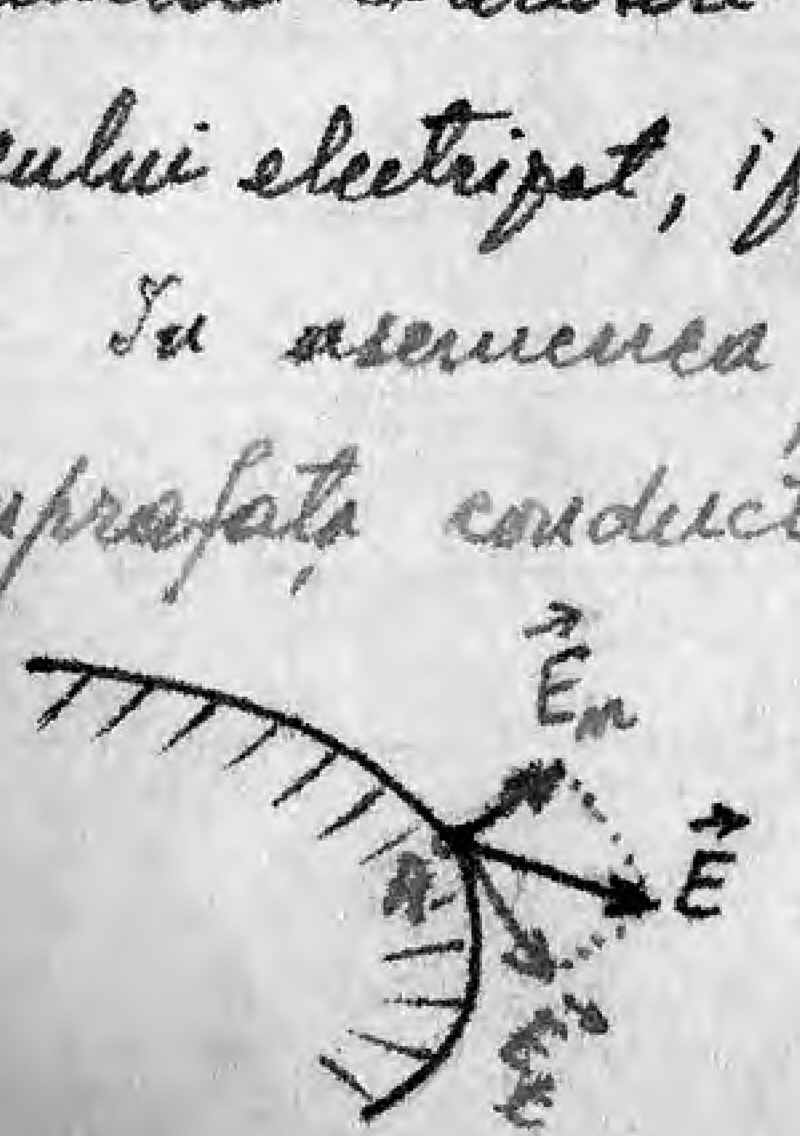
de unde

$$\boxed{V_A = V_B}$$

oricare ar fi punctele A și B din interiorul conductorului.

6. Vectorul intensitate a câmpului electric $\vec{E}$, în punctele exterioare din vecinătatea imediată a conductorului electrizat, izolat, în echilibru electrostatic.

În asemenea puncte $\vec{E}$ este perpendicular pe suprafața conductorului.



Dacă $\vec{E}$ nu ar fi perpendicular la suprafața exterioară a conductorului, s-ar descompune într-o componentă normală $\vec{E}_n$ și una tangențială $\vec{E}_t$.

Componenta tangențială ar deplasa sarcinile libere de pe suprafața conductorului și acesta nu ar mai fi în echilibru electrostatic.

7. Potențialul punctelor de pe suprafața exterioară a conductorului izolat, electrizat, aflat în echilibru electrostatic.

a) Aceste puncte au același potențial.

In adevăr, din cele spuse la punctul anterior (6) rezultă că pentru punctele imediat vecine suprafeței exterioare $\vec{E}$ este perpendicular pe suprafață. Din $\vec{F} = q\vec{E}$ decurge că și $\vec{F}$ este perpendiculară pe suprafață. Sarcinile libere de pe suprafața exterioară a conductorului nu se pot deplasa sub acțiunea lui $\vec{F}$, deoarece ar însemna să părăsească conductorul, deci acesta nu ar mai fi izolat. Urmează că $\vec{F}$ nu produce deplasarea sarcinilor de pe suprafață, adică lucrul lui $\vec{F}$ este nul. Dar,

$$L = q(V_A - V_B) \quad \text{cum} \quad L = 0 \quad \text{avem}$$

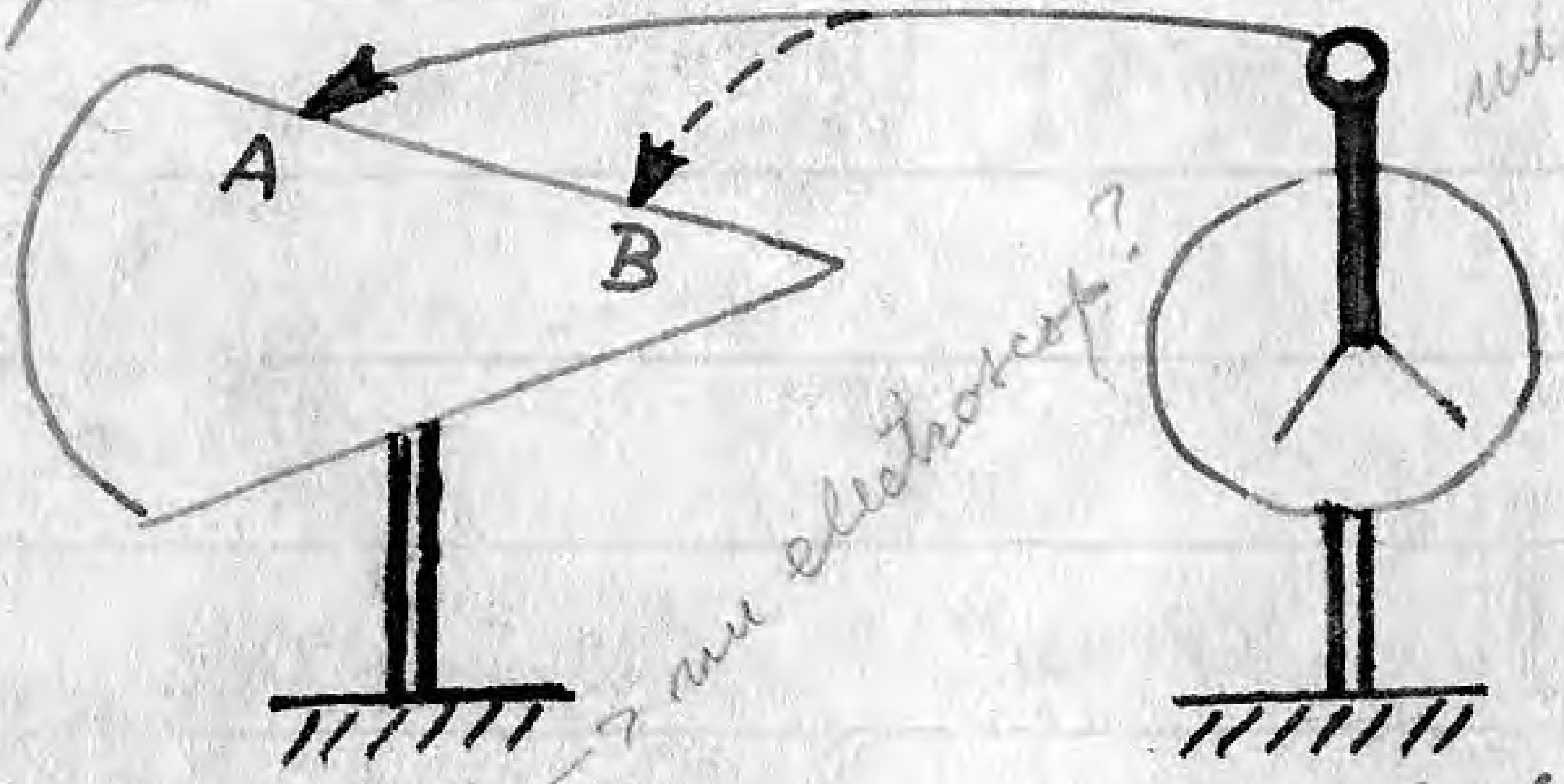
$$\boxed{V_A = V_B}$$

oricare ar fi punctele A și B pe suprafața conductorului

?

b) Proprietatea menționată poate fi pusă în evidență experimental.

nu trebuie pusă cutia în legătură cu pământul?



Unind contactul din A în B, depărtarea foițelor electrometrului nu se modifică, dovadă că avem $V_A = V_B$.

c) Experimental se pune în evidență că sarcinile electrice nu sînt uniform repartizate pe suprafața conductorului electrizat, izolat, aflat în echilibru electrostatic.

În formele de curbură mai mare sarcinile electrice sînt mai dense. Așa se explică scurgerea electricității prin vîrfuri ascuțite. (Densitatea de sarcină $\sigma = \frac{Q}{S}$)

8. Ce măsurăm cu electrometrul, potențialul sau sarcina electrică?

Cele spuse mai sus la (c) duc la concluzia că sarcina existentă pe conductorul de la (b) în punctul A diferă de sarcina existentă în B, conductorul avînd în acele puncte curburi diferite. Rezultatul experimentului de la (b) - nemodificarea depărtării foițelor electrometrului - sînt dovadă că electrometrul nu măsoară mărimea sarcinii aflate în punct, ci mărimea potențialului în acel punct.

9. Definirea potențialului electric al unui conductor izolat, electrizat, în echilibru electrostatic.

Este potențialul comun al punctelor suprafeței sale.

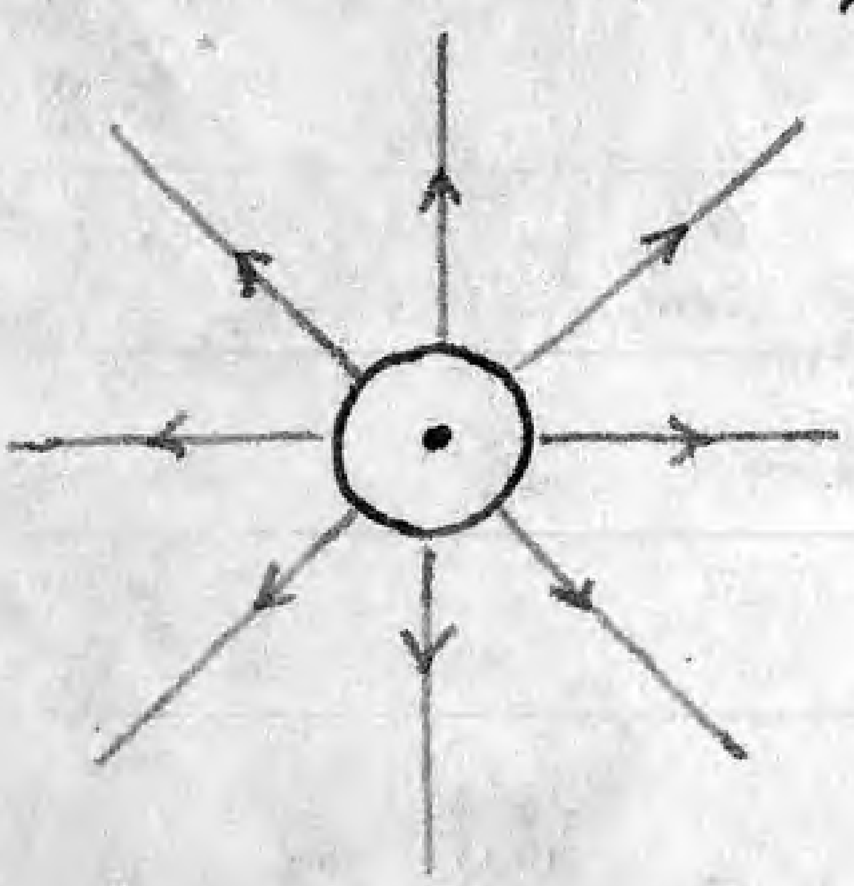
10. Prin punerea în contact (prin intermediul unui fir conductor, de exemplu) a două conductoare, ce își egalează acestea, potențialul sau sarcina electrică?

Fie V_1 potențialul unui conductor și V_2 potențialul celuilalt conductor, care sînt apoi unite printr-un fir conductor. Se va obține astfel un conductor unic, de altă formă și dimensiuni decît oricare din cele trei conductoare care au fost reunite. Acesta este izolat electrizat, în echilibru electrostatic la puțin timp după realizarea contactului. În consecință, noul conductor va avea potențialul punctelor suprafeței sale uniforme repartizat.

Așadar, prin realizarea contactului, conductori electrizați izolați, în echilibru electrostatic, își egalează potențialele și nu sarcinile electrice.

11. Potențialul electric al unei sfere.

Cum $\vec{E}$ este perpendicular pe planul tangent, va avea direcția razei sferei, ca și $\vec{F}$. Adică



sarcina Q (în figură am presupus $Q>0$) uniform repartizată pe suprafața sferei (avem aceeași curbură a suprafeței în orice punct al ei) creează în exterior un cîmp identic cu cel creat de sarcina Q plasată în centrul sferei.

De aceea orice punct de pe suprafața sferei are potențialul

$$\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R}}$$

care este și potențialul sferei.

12. Potențialul unui conductor oarecare.

în raport cu un punct de referință oarecare de pe Pămînt

Se determină experimental, luînd în mod convențional potențialul Pămîntutului egal cu zero.

Notând potențialul corpului cu V_C și al Pământului cu V_P, avem

$$U_{CP} = V_C - V_P \qquad \text{cum } V_P = 0$$

rezultă $\boxed{V_C = U_{CP}}$

Așadar prin potențialul unui conductor în raport cu Pământul înțelegem diferența de potențial între acel conductor și Pământ.

Dar, această diferență de potențial este determinabilă experimental.

13. Semnul potențialului unui conductor.

Se admite că un conductor încărcat pozitiv, pus în contact cu Pământul, se descarcă prin „scurgerea" sarcinilor pozitive în Pământ.

Pe de altă parte s-a stabilit anterior că sarcinile pozitive libere se mișcă într-un câmp electrostatic de la potențialul mai mare la cel mai mic. Pentru a nu crea contradicții, trebuie să admitem că, deoarece sarcinile pozitive se mișcă de la corp la Pământ, avem $V_C > V_P$ și cum $V_P = 0$

decurge $V_c > 0$
dacă corpul electrizat pozitiv $(Q>0)$.
Analog, trebuie să admitem că un conductor electrizat negativ are potențialul negativ $V_c < 0$ $(Q<0)$

9.04.1985

CAPACITATEA ELECTRICĂ A CONDUCTORULUI IZOLAT

1. Potențialul punctelor suprafeței unui conductor.
Au toate același potențial.
2. Potențialul unui conductor în raport cu Pământul.
Este potențialul unui punct al conductorului în raport cu Pământul, luat ca având potențialul zero.
3. Măsurarea potențialului unui conductor în raport cu Pământul, folosind electroscopul.
Electroscopul cu cutia legată la Pământ se mai numește electrometru. Depărtarea acului său indică diferența de potențial dintre sferă și Pământ, adică potențialul sferei față de Pământ:
$V_A - V_B = \frac{L_{AB}}{q}$. Luând $V_B = V_P = 0$ avem

$$\boxed{V_A = \frac{L_{AP}}{q}}$$

unde A este un punct al sferei electroscopului și P un punct de pe Pământ.
4. Ilustrarea experimentală a dependenței direct proporționale a potențialului unui conductor izolat, de sarcina lui electrică.
$V = kQ$ unde k este o constantă.
5. Ilustrarea experimentală a faptului că valoarea lui k este caracteristică fiecărui conductor.

Se modifică forma și dimensiunile conductorului utilizat la (4). Păstrând aceeași sarcină Q, se obține alt V pentru fiecare nou conductor.

6. Valorificarea celor două grupe de experimente, de la (4) și (5).

Scriem $V = kQ$ sub forma $\frac{Q}{V} = \frac{1}{k}$ și introducem o nouă constantă C, legată de k prin

$$C = \frac{1}{k}$$

obținem

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

C fiind, ca și k, specifică fiecărui conductor, urmează că $\frac{Q}{V}$ este specific fiecărui conductor.

7. Definiția capacității electrice a unui conductor.

Capacitatea electrică C a unui conductor izolat și depărtat de alte corpuri este o mărime fizică numeric egală cu raportul dintre sarcina Q a conductorului și potențialul său V în aceste condiții:

8. Definiția faradului „F" ca unitate S.I. de capacitate.

$$[C]_{SI} = \frac{[Q]_{SI}}{[V]_{SI}} = \frac{1C}{1V} = 1F$$

Faradul reprezintă capacitatea unui conductor izolat și depărtat de alte corpuri, care încărcat cu un coulomb de electricitate, are potențialul de un volt.

9. Proprietatea reflectată de capacitatea electrică a conductorului.

Capacitatea spune ce sarcină electrică poate acumula fiecare conductor, la un anumit potențial.

9.04.1985

CAPACITATEA ELECTRICĂ A CONDENSATORULUI PLAN

1. Definiția condensatorului.

   Două conductoare separate printr-un dielectric.

2. Definiția condensatorului plan.

   Condensatoarele la care conductoarele – numite, în general, armături – sînt plane paralele.

3. Definiția capacității electrice a unui condensator, în general.

   a) Relația de definiție $\boxed{C = \frac{|Q|}{V_A - V_B}}$

   unde V_A și V_B sînt, respectiv, potențialele celor două armături A și B, încărcate A cu sarcina $Q>0$ și B cu sarcina „$-Q$".

   b) Ea derivă din definiția capacității electrice a unui conductor, dacă presupunem acesta ca armătură a unui condensator iar ca a doua armătură o presupunem Pămîntul

$$C = \frac{Q}{V_A} = \frac{Q}{V_A - 0} = \frac{Q}{V_A - V_P}$$

4. Ilustrarea experimentală a modificării potențialului unui conductor încărcat, la apropierea de el a altor conductoare, chiar dacă acestea nu au fost în prealabil electrizate.

   Aranjamentul experimental. Constatarea că la aceeași sarcină Q pe conductor, potențialul său scade la apropierea altor conductori și crește la depărtarea acestora.

5. Valorificarea experimentului de la (4).

a) Un conductor poate fi încărcat cu sarcină mai mare, la același potențial, dacă în apropierea sa se află alți conductori.

b) Rezultă că pe conductorul care funcționează ca armătură a unui condensator se poate depozita, la același potențial, o sarcină Q mai mare în modul, decât ar accepta în afara condensatorului (depărtat de alte corpuri).

Deci, condensatoarele sînt dispozitive care înmagazinează sarcini electrice mai mari, la același potențial, decât ar putea fi înmagazinate pe cele două armături depărtate de alte corpuri, și una de alta.

6. Moduri de încărcare a condensatorului.

a) Se încarcă una din armături (la o mașină electrostatică) cu sarcina Q. Cealaltă armătură se încarcă prin influență cu sarcina $-Q$.

b) Se leagă fiecare armătură la cîte un pol al unei surse de tensiune constantă. Pe una din armături vin electronii de la sursă, de pe cealaltă pleacă spre sursă, armăturile încărcîndu-se astfel cu sarcini egale și de semne contrare.

7. Reprezentarea convențională a condensatoarelor.

fix. variabil

8. Ilustrarea experimentală a dependenței capacității condensatorului plan de distanța d dintre armături.

Se constată $C \sim \frac{1}{d}$

9. Ilustrarea experimentală a dependenței capacității C a condensatorului plan de mărimea suprafeței S „comune" armăturilor.

$$C \sim S$$

unde S este aria porțiunii unei armături ce conține mulțimea proiecțiilor ortogonale pe ea a punctelor celeilalte armături.

10. Ilustrarea experimentală a dependenței capacității C a condensatorului plan de permitivitatea mediului dintre armături

$$C \sim \varepsilon$$

11. Restrângerea rezultatelor experimentale într-o singură formulă:

$C = k\frac{\varepsilon S}{d}$ sau $\boxed{C = \frac{\varepsilon S}{d}}$

unde constanta de proporționalitate k s-a luat 1, considerând toate mărimile măsurate în unități ale sistemului internațional.

Aceasta este formula condensatorului plan

12. Încărcarea condensatorului peste

potențialul admis.

Duce la străpungerea dielectricului și la deteriorarea condensatorului.

13. Definirea unității de permitivitate farad/metru (F/m).

Din $C = \frac{\varepsilon S}{d}$ avem $\varepsilon = \frac{C \cdot d}{S}$

de unde: $[\varepsilon]_{SI} = \frac{[C]_{SI} \cdot [d]_{SI}}{[S]_{SI}} = \frac{1 F \cdot 1 m}{1 m^2} = 1 \frac{F}{m}$

9.04.1985

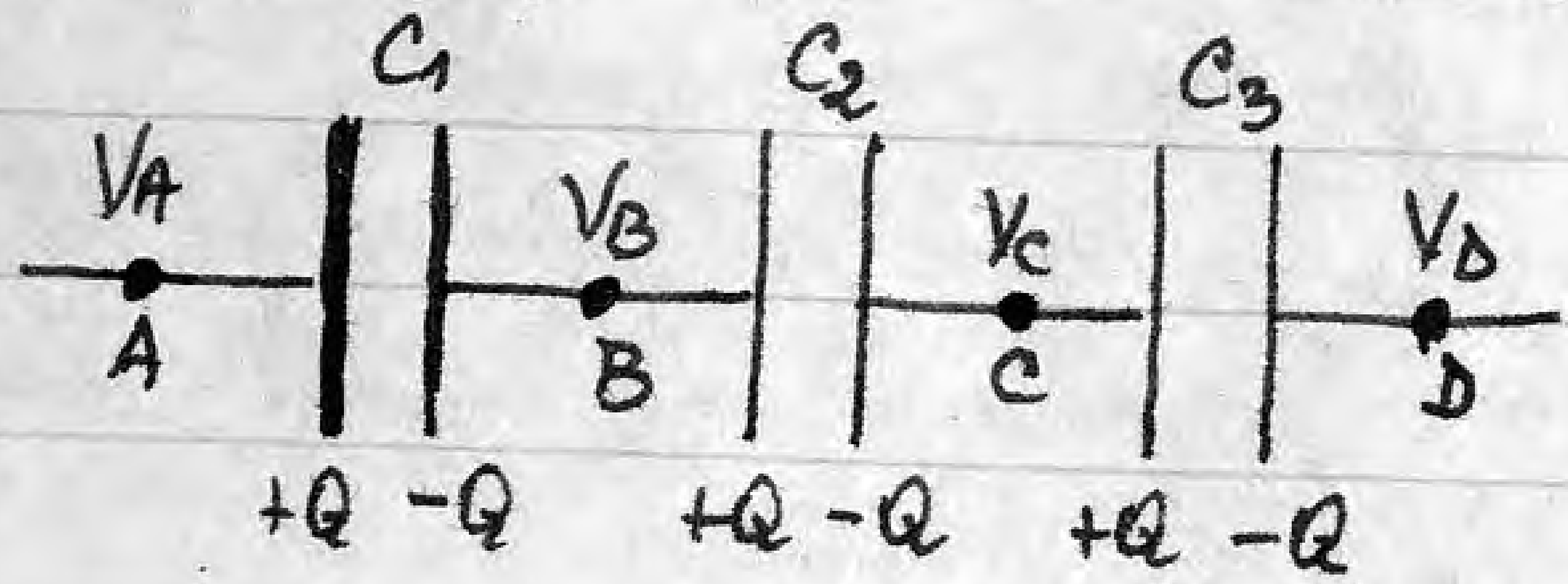
GRUPAREA CONDENSATORILOR sau

BATERII DE CONDENSATORI

1. Scopul grupărilor.

Obținerea unor capacități diferite de cele ale condensatorilor disponibili.

2. Definiția grupării în serie a condensatorilor.



Enunțul definiției.

3. Sarcina electrică primită din exterior și depozitată în bateria de condensatori grupați în serie

a) Aducând din exterior sarcina $-Q$ ($Q>0$) pe armătura din dreapta a celui de al treilea condensator, pe cea din stânga apare prin influență sarcina $+Q$, prin deplasarea unor electroni pe armătura din dreapta a condensatorului al doilea, care se încarcă cu sarcina $-Q$, ș.a.m.d.

b) Sarcina electrică pe fiecare armătură a grupării serie este aceeași în modul, dar alternativ pozitivă și negativă, cu sarcina Q primită de grupare din exterior.

4. Diferența de potențial dintre armăturile extreme ale grupării serie.

În baza legii tensiunilor pe o porţiune de circuit, care spune că tensiunea între două puncte A şi D este suma tensiunilor între punctele intermediare, avem:

$$V_A - V_D = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) \quad (1)$$

Legea amintită încă nu este cunoscută, dar ea poate fi evitată, scrierea ultimii relaţii putîndu-se face pur formal - se reduc termenii doi cîte doi şi rămîne în dreapta $V_A - V_D$.

5. Definiţia capacităţii echivalente a unei grupări de condensatori legaţi în serie.

a) Este capacitatea unui condensator unic care sub tensiunea dintre armături egală cu aceea dintre armăturile extreme ale grupării, ar depozita pe o armătură aceeaşi sarcină, în modul, ca şi una oarecare, din armăturile grupării (în fond aceeaşi sarcină externă ca cea depozitată de întreaga grupare).

b) Se vede că un asemenea condensator ar putea „înlocui" gruparea de condensatori.

6. Expresia capacităţii echivalente C a unei grupări de condensatori legaţi în serie.

a) Cazul a trei condensatori.

Din definiţia capacităţii condensatorului:

$$V_A - V_B = \frac{Q}{C_1}; \quad V_B - V_C = \frac{Q}{C_2}; \quad V_C - V_D = \frac{Q}{C_3}$$

Pentru condensatorul echivalent: $V_A - V_D = \frac{Q}{C}$

care duse în (1) ne dau

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \quad \text{sau} \quad \boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \quad (2)$$

b) Cazul a n condensatori

Analog se găsește

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}} \qquad (3)$$

c) Enunțul expresiei (3): inversul capacității unei baterii de condensatori legați în serie este egal cu suma inverselor capacităților componente.

7. Capacitatea echivalentă a unei grupări serie de condensatori este mai mică decît a oricăruia din condensatorii componenți ai grupării.

În adevăr, $\frac{1}{C}$ este suma a n termeni de forma $\frac{1}{C_i}$. Deci, oricare ar fi „i", avem

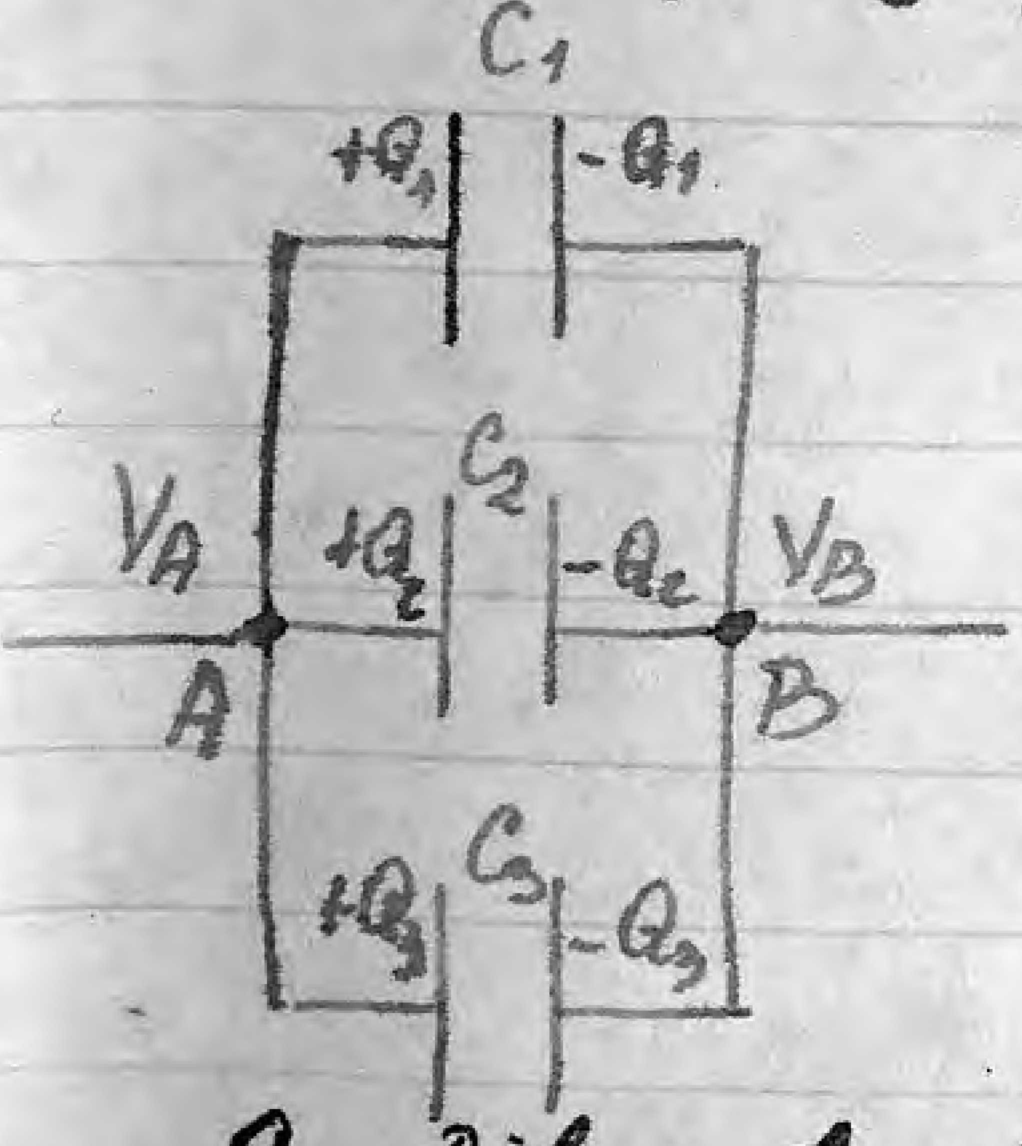
$$\frac{1}{C} > \frac{1}{C_i}$$

întrucît suma este mai mare decît oricare din termenii ei (termenii sînt pozitivi).

Din ultima relație, evident

$$C < C_i$$

8. Definiția grupării în paralel a condensatorilor.



Enunțul definiției: Se unește într-un punct A cîte o armătură a fiecărui condensator și într-un punct B celelalte armături ale condensatorilor.

9. Diferența de potențial dintre punctele A

și B între care este intercalată gruparea.

Toate armăturile legate în punctul A au același potențial V_A, cele legate în punctul B au același potențial V_B. Diferența de potențial

$$V_A - V_B$$

este aceeași cu diferența de potențial dintre armăturile fiecăruia din condensatorii componenți ai grupării.

10. Sarcinile electrice acumulate din exterior pe o armătură de fiecare condensator al grupării.

Folosind definiția capacității electrice a condensatorului și faptul că, în general, C_1, C_2 și C_3 diferă între ei, avem

$$\boxed{Q_1 = C_1(V_A - V_B)}\,;\ \boxed{Q_2 = C_2(V_A - V_B)}\,;\ \boxed{Q_3 = C_3(V_A - V_B)} \quad (4)$$

Se vede că, în general, Q_1, Q_2 și Q_3 diferă între ele, odată cu C_1, C_2 și C_3.

11. Sarcina electrică totală primită din exterior și depozitată în bateria de condensatori grupați în paralel.

Este, în mod evident

$$\boxed{Q = Q_1 + Q_2 + Q_3} \qquad (5)$$

unde $Q_1 > 0$, $Q_2 > 0$, $Q_3 > 0$.

12 Definiția capacității echivalente a unei grupări de condensatori legați în paralel.

Este capacitatea unui condensator unic care sub tensiunea dintre armături egală cu aceea a fiecăruia din condensatorii componenți, $V_A - V_B$, depozitează o sarcină externă Q egală cu sarcina depozitată de întreaga grupare.

13. Expresia capacității echivalente C a unei grupări de condensatori legați în paralel.

a) Cazul a trei condensatori.

Înlocuind (4) în (5), mai sus, avem, ținînd seama de faptul că pentru condensatorul echivalent:

$$Q = C(V_A - V_B)$$

$$C(V_A - V_B) = C_1(V_A - V_B) + C_2(V_A - V_B) + C_3(V_A - V_B)$$

sau

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3} \quad (6)$$

b) Cazul a „n" condensatori.

Analog se găsește

$$\boxed{C = \sum_{i=1}^{n} C_i} \quad (7)$$

c) Enunțul expresiei (7): Capacitatea unei baterii de condensatori legați în paralel este egală cu suma capacităților condensatorilor componenți.

9.04.1985

TIPURI DE CONDENSATORI

1. Criterii de clasificare.

După forma armăturilor, posibilitatea de a varia capacitatea, natura dielectricului, etc.

2. Tipuri de condensatori după forma armăturilor.

Sferici, plani, cilindrici.

3. Tipuri de condensatori după natura dielectricului.

Cu aer; cu hârtie impregnată; cu material ceramic; cu mică.

4. Condensatori cu hârtie impregnată.

Au armăturile de staniol. Capacitatea este cuprinsă între 100 pF și 10 μF.

5. Condensatori ceramici.

Au capacitatea între 2 pF și 5000 pF.

6. Condensatori ficși.

Sînt electrolitici sau electrochimici. Au capacități mari: 10 μF – 2000 μF

Au cilindru de aluminiu plin cu hidroxid de sodiu, soluție. La suprafață se formează un strat foarte subțire de hidroxid de aluminiu, care constituie dielectricul, aluminiul și hidroxidul de sodiu fiind armăturile.

7. Condensatori variabili.

Sînt, în general, cu aer. Armăturile sînt mai multe perechi de plăci de aluminiu. O armătură este fixă, cealaltă este mobilă.

Rotind-o pe cea mobilă, modificăm suprafața armăturilor ce se găsesc față în față, variind astfel capacitatea condensatorului.

10.04.1985

ENERGIA CÎMPULUI ELECTRIC DINTRE ARMĂTURILE UNUI CONDENSATOR

1. Efectuarea lucrului mecanic L la încărcarea condensatorului.

Pentru aducerea sarcinilor electrice pe fiecare armătură este necesară efectuarea de lucru mecanic de către o sursă de energie exterioară, pentru învingerea forțelor de respingere exercitate de sarcinile existente deja pe armătură, asupra sarcinilor de același semn care sosesc în continuare.

2. Energia W caracteristică condensatorului încărcat. Energia W cheltuită de sursa exterioară pentru efectuarea lucrului mecanic L la încărcarea condensatorului, este transmisă acestuia și se regăsește sub formă de energie a cîmpului electric creat între armăturile condensatorului.

3. Legătura cantitativă între energia W a condensatorului încărcat și lucrul mecanic L efectuat la încărcare.

După cum se știe, lucrul mecanic efectuat poate fi considerat ca o măsură a energiei transmise. Avem:

$$W = L. \quad (1)$$

Deci, determinarea lui W se reduce la calculul lui L la încărcarea condensatorului.

4. Încărcarea condensatorului prin deplasarea sarcinii Q de pe o armătură pe alta.

Presupunînd că sursa exterioară de energie determină deplasarea sarcinii Q de pe o armătură pe cealaltă. Ca urmare, tensiunea dintre armături va crește de la valoarea zero (inițială) la valoarea U (finală). Aici U variază în timpul deplasării lui Q.

Putem presupune că deplasarea lui Q are loc sub tensiunea constantă medie U_m, cu

$$U_m = \frac{0+U}{2} \quad \text{sau} \quad \boxed{U_m = \frac{U}{2}} \quad (2)$$

5. Calculul lucrului mecanic efectuat la încărcare.

Se știe că la deplasarea sarcinii Q într-un câmp electric, între două puncte aflate la tensiune constantă U_m se efectuează lucrul mecanic

$$L = QU_m \qquad (3)$$

sau, pentru cazul nostru, introducând valoarea lui U_m din (2)

$$\boxed{L = \frac{QU}{2}} \qquad (4)$$

6. Energia W a condensatorului funcție de Q și U.

Din (4) și (1) avem $\boxed{W = \frac{QU}{2}}$ (5)

7. Energia W a condensatorului funcție ~~…~~ de U.

Din definiția capacității condensatorului, $C = \frac{Q}{U}$, avem $Q = CU$, care dusă în (5) ne dă

$$\boxed{W = \frac{1}{2} C U^2} \qquad (6)$$

8. Energia condensatorului funcție de Q.

Din $C = \frac{Q}{U}$ avem $U = \frac{Q}{C}$, care dusă în (5) dă:

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}} \qquad (7)$$

9. Descărcarea condensatorului.

a) Unind armăturile printr-un conductor, condensatorul se descarcă, producînd o scînteie însoțită de zgomot. In timpul descărcării energia lui se transformă în alte forme de energie: termică, sonoră, etc.

b) Fulgerul reprezintă descărcarea unui condensator ce are drept armături doi nori, sau un nor și Pămîntul. Cum tensiunea atinge miliarde de volți, energia eliberată este foarte mare.

10. Cîmpul electric dintre armături, sediu al energiei înmagazinate de condensator.

Odată cu creșterea sau descreșterea tensiunii dintre armături, la primirea energiei de încărcare sau eliberarea energiei la descărcare, crește sau descrește și cîmpul electric $\vec{E}$ dintre armături.

Se poate deci considera că fiecare stare a cîmpului electric dintre armături este caracterizată de o anumită valoare a energiei dată de (6) sau (7). Așadar, sediul energiei condensatorului este în cîmpul electric dintre armăturile sale.

11. Energia condensatorului plan.

a) Pentru condensatorul plan avem

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} \; ; \; E = \frac{U}{d}$$ care, împreună cu (6), dau:

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{d}E^2 d^2 = \frac{1}{2}\varepsilon S d E^2$$ sau

$$\boxed{W = \frac{1}{2}E^2 \varepsilon S d} \qquad (8)$$

b) Observăm că $\mathcal{V} = S \cdot d$
este volumul spațiului cuprins între armături.
Relația (8) devine:

$$\boxed{W = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \mathcal{V}} \quad (9)$$

adică W este proporțională cu E^2 și cu volumul $\mathcal{V}$ al spațiului dintre armături.

c) Din relația (9) decurge existența energiei câmpului electric (și nu din (6) sau (7)). De asemenea, relația (9) dovedește că energia electrică este localizată în spațiul dintre armături.

d) Deși (9) a fost demonstrată mai sus doar pentru condensatorul plan, ea este valabilă în general pentru orice câmp electrostatic (după cum se poate arăta).

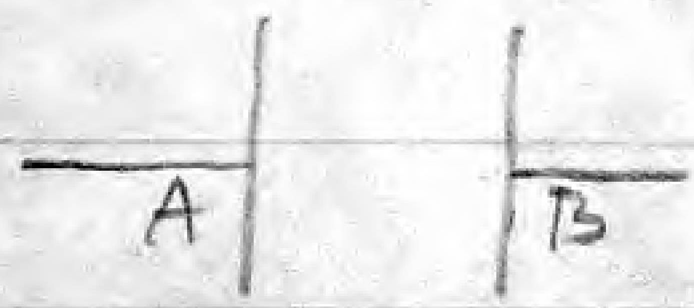
e) Pentru câmpul neuniform ($\vec{E} \neq$ const), se poate aplica pentru un volum foarte mic, în care intensitatea câmpului electric se poate fi considerată constantă.

 10.04.1985

ALTĂ DEDUCERE A ENERGIEI CÎMPULUI ELECTRIC DINTRE ARMĂTURILE UNUI CONDENSATOR (D. Roşca)

1. Modul de încărcare a condensatorului.

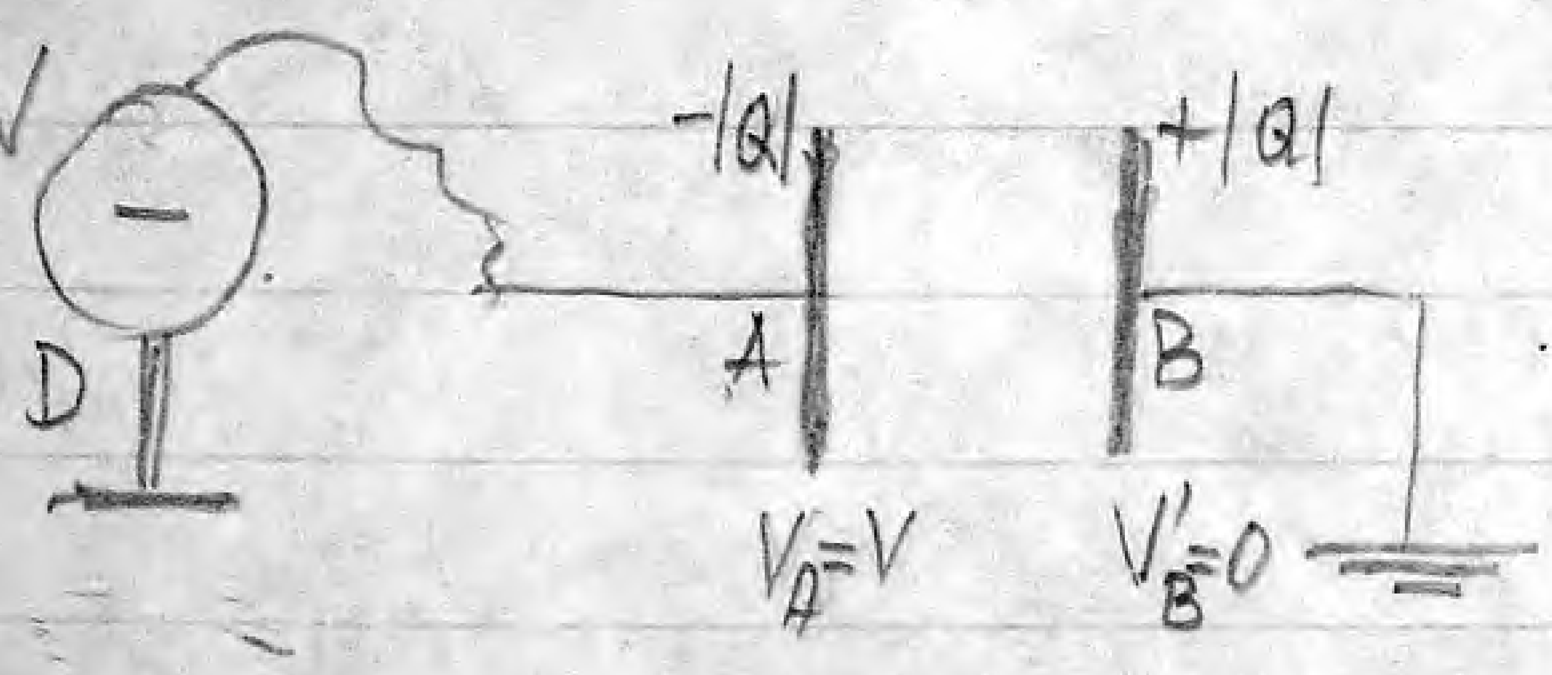
Fie un condensator, iniţial neîncărcat, cu armăturile A şi B identice.



Pentru încărcarea lui legăm cu un fir conductor armătura B la pămînt, iar pe A la un conductor menţinut la potenţial constant V (cu $V<0$)

Avem evident:

$$V_A = V \quad ; \quad V_B = 0$$



2. Armătura A se încarcă cu sarcina Q. Avînd $Q<0$, deci $Q = -|Q|$.

Prin inducţie, pe armătura B apare sarcina $+|Q|$ (ca urmare a respingerii unor electroni în pămînt).

3. Încărcarea condensatorului cu sarcinile $-|Q|$ şi respectiv, $+|Q|$ pe cele două armături se realizează ca şi cum sursa exterioară de energie ar determina deplasarea sarcinii $-|Q|$ de pe armătura B pe armătura A, la diferenţa de potenţial existentă între armături:

$U'_{AB} = V_A - V'_B = V - 0 = V$ adică $\boxed{U'_{AB} = V}$ (1)

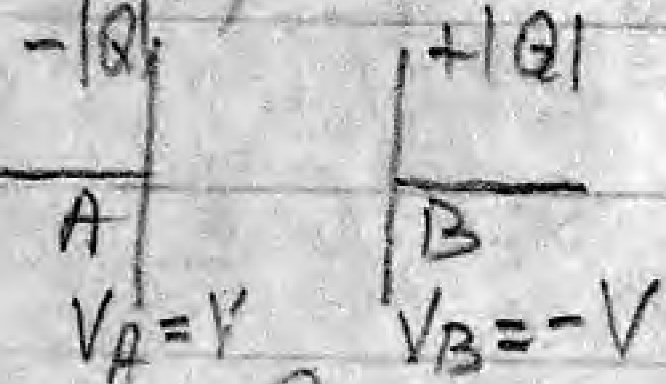
Cu ocazia unei asemenea deplasări s-ar efectua lucrul mecanic $(-|Q| = Q)$

$L = |Q| \cdot U'_{AB}$ sau $\boxed{L = |Q \cdot V|}$ (2)

4. Înlăturând acum legătura armăturii B cu pământul, condensatorul rămâne încărcat. Sarcina lui B rămâne $+|Q|$, dar potențialul său devine V_B, având

$\boxed{V_B = -V_A}$ (3)

În adevăr, vom avea pentru capacitățile fiecărei armături:



$C_A = \frac{-|Q|}{V_A}$; $C_B = \frac{+|Q|}{V_B}$.

Cum armăturile A și B s-au presupus identice, avem:

$C_A = C_B$ deci $\frac{-|Q|}{V_A} = \frac{+|Q|}{V_B}$ adică $V_B = -V_A$.

5. Condensatorul rămas astfel încărcat va avea sarcina unei armături $|Q|$, iar tensiunea dintre armături:

$U_{AB} = V_A - V_B = V_A - (-V_A) = 2V_A = 2V$

adică $\boxed{U = 2V}$ (4)

6. Lucrul mecanic efectuat de sursa exterioară de energie la încărcarea condensatorului, exprimat prin (2), devine

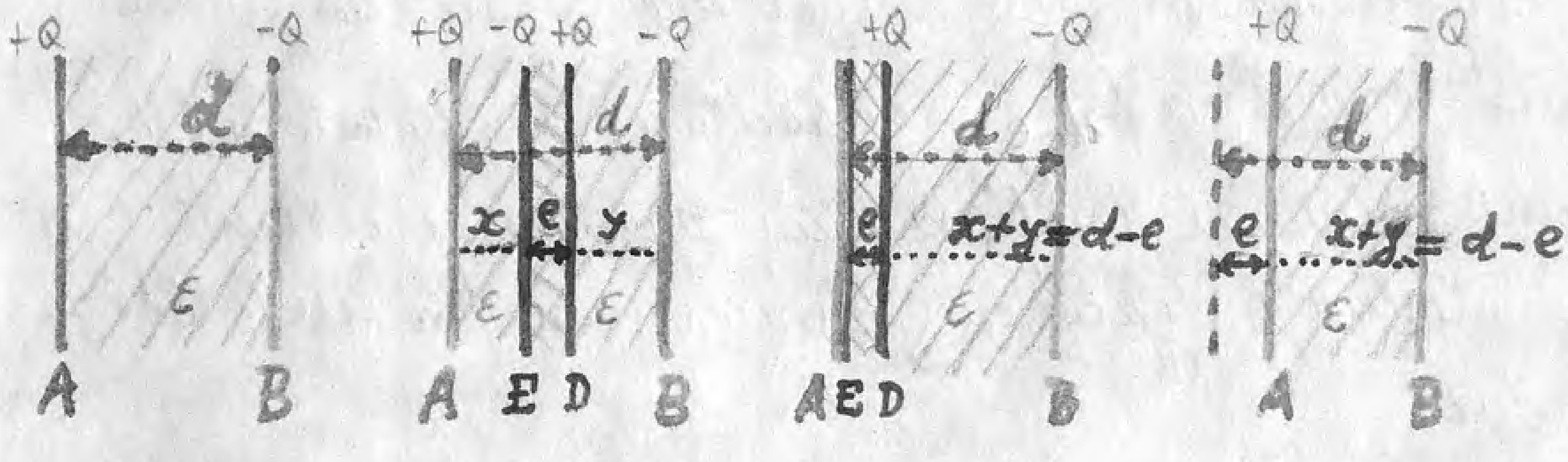
$\boxed{L = \frac{QU}{2}}$ (5) și energia $W = L$ sau $\boxed{W = \frac{QU}{2}}$

Din $C = \frac{Q}{\ }$ avem $\boxed{W = \frac{1}{2}CU^2}$ sau $W = \frac{Q^2}{\ }$

Foița conductoare de grosime neglijabilă nu modifică capacitatea inițială?

23.03.1985

Introducerea unei foițe metalice între armăturile unui condensator



(a) (b) (c) (d)

(1) Fie condensatorul din figura (a). Introducând între armăturile sale foaia metalică ED, ca în figura (b), aceasta se încarcă prin influență sarcinilor de pe armăturile A și B, pozitiv pe una din fețe și negativ pe cealaltă, formându-se două condensatoare legate în serie, cu distanța dintre armături x, respectiv $y = d-(e+x)$.

(2) Capacitatea condensatorului din (a) este C și capacitatea echivalentă a grupării din (b) este C', cu

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} \quad \text{și} \quad C' = \frac{C_x C_y}{C_x + C_y}$$

unde C_x și C_y sunt capacitățile condensatoarelor din (b) care sunt legate în serie. Evident:

$$C_x = \frac{\varepsilon S}{x} \quad \text{și} \quad C_y = \frac{\varepsilon S}{y}$$

Înlocuind în C' obținem:

$$C' = \frac{\frac{\varepsilon S}{x}\cdot\frac{\varepsilon S}{y}}{\frac{\varepsilon S}{x}+\frac{\varepsilon S}{y}} = \frac{\varepsilon S}{xy}\cdot\frac{xy}{x+y} = \frac{\varepsilon S}{x+y} = C_{x+y}$$

C_{x+y} fiind capacitatea condensatorului din (c) sau (d).

~~Avem~~: $C' = C_{x+y} = C_{d-e}$

(3) Rezultă că sistemul celor două condensatoare grupate în serie obținute prin introducerea foii metalice între armăturile condensatorului inițial, are capacitatea echivalentă C' egală cu C_{d-e}, capacitatea condensatorului obținut din cel inițial prin apropierea armăturilor cu distanța egală cu grosimea e a foii metalice introduse.

(4) Se observă că foaia metalică introdusă între armături determină o grupare serie de condensatoare a cărei capacitate echivalentă $C' = C_{d-e}$ depinde de distanța inițială d dintre armături și de grosimea foii, e, dar nu depinde de distanțele x la nici din armături. Din acest motiv foaia poate fi așezată „lipită" de o armătură (ca în fig. (c)) fără ca prin aceasta să se modifice capacitatea rezultantă C'. Desigur, în această situație se obține un singur condensator cu capacitatea C', cum se vede în fig. (c), echivalent cu cel obținut prin apropierea plăcilor A și B cu e, ca în fig. (d).

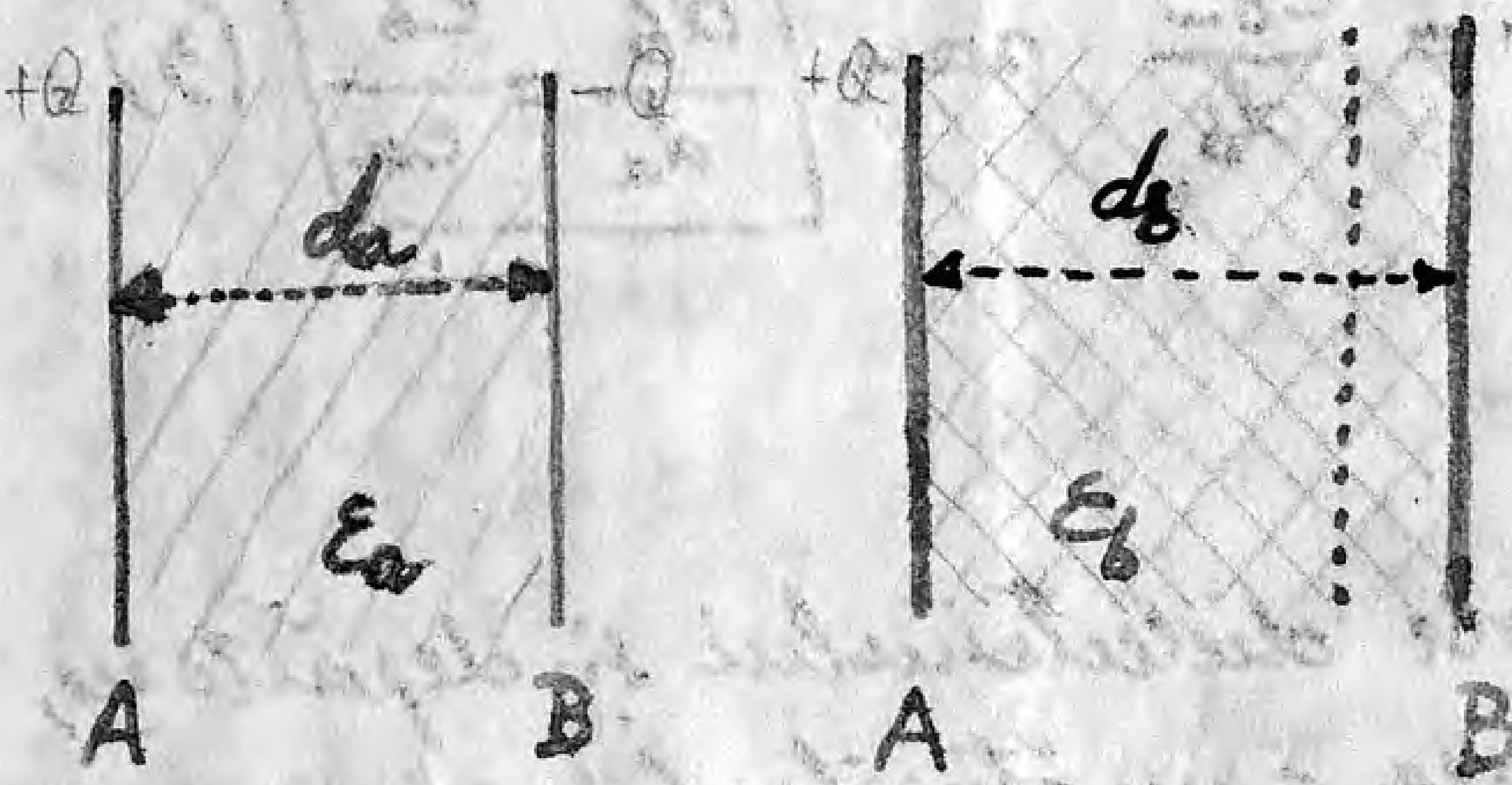
(5) Din $C' = C_{d-e}$ obținem: $C' = \frac{\varepsilon S}{d-e} = \frac{\varepsilon S}{d} \cdot \frac{d}{d-e}$

$$\boxed{C' = \frac{d}{d-e} \cdot C}$$

Cum $d > d-e$ avem $\frac{d}{d-e} > 1$ și deci $\boxed{C' > C}$!

Așadar, prin introducerea între armăturile unui condensator a unei plăci metalice, capacitatea sistemului obținut este mai mare ca cea inițială

Schimbarea dielectricului unui condensator astfel încît să-și păstreze capacitatea



(a) (b)

1. Fie un condensator cu armăturile A și B, fiecare de arie S, situate la distanța d_a, avînd între ele un dielectric de permitivitate ε_a. Capacitatea condensatorului este C_a.
2. Înlocuind dielectricul cu altul de permitivitate ε_b, capacitatea noului condensator va fi C_b.
3. Ținînd seama de relația

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} \qquad (1)$$

rezultă că pentru a avea după înlocuirea dielectricului aceeași capacitate ca înainte

$$C_a = C_b \qquad (2)$$

întrucît ε se modifică, trebuie să modificăm distanța d dintre armături. (S rămîne constantă) așa cum sugerează figura (b).

4. Avem $C_a = \frac{\varepsilon_a S}{d_a}$; $C_b = \frac{\varepsilon_b S}{d_b}$ care duse în (2) :

$$\frac{\varepsilon_a S}{d_a} = \frac{\varepsilon_b S}{d_b}, \text{ sau } \boxed{\frac{d_b}{d_a} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_a}} \quad (3)$$

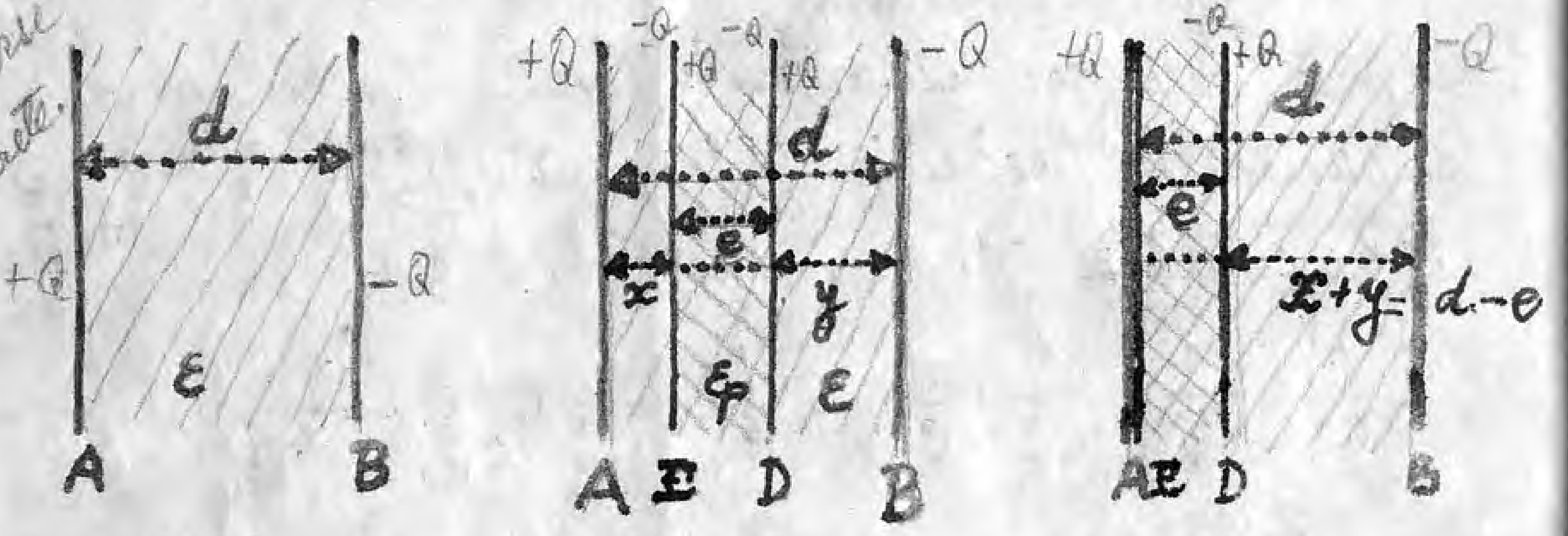
5. <u>Observatie</u>

Prin înlocuirea dielectricului și depărtarea, sau apropierea armăturilor (după cum $\varepsilon_b > \varepsilon_a$ sau $\varepsilon_b < \varepsilon_a$), sarcina electrică de pe fiecare armătură nu se modifică.

23.03.1985

... a putea nu ... formulele, cât modul de gândire, care se aplică în diverse variante problemele concrete.

Introducerea unei plăci izolatoare între armăturile unui condensator



(a) (b) (c)

(a) – condensatorul în starea inițială, cu dielectricul de permitivitate ε, suprafața armăturilor S și distanța între ele d. Modulul sarcinii pe o armătură Q.

(b) – între armăturile A și B s-a introdus placa dielectrică cu fețele ED, de permitivitate ε_p, grosime e, având distanțele la armături x și y.

Ce efect are asupra capacității C a condensatorului inițial, introducerea între armăturile sale a plăcii dielectrice ED, așa cum se arată la (b)?

Dacă notăm cu C' capacitatea condensatorului după introducerea plăcii, avem pe armăturile A și B același modul Q al sarcinii electrice, ca înainte de introducerea plăcii.

(1) Să ne imaginăm că fiecare față a plăcii dielectrice introduse ar fi o foiță conductoare de grosime neglijabilă, având pe

o parte a ei sarcina $-Q$ și pe cealaltă $+Q$, așa cum sugerează figura (b).

În această situație dispozitivul ar fi o grupare de trei condensatoare legate în serie. Notăm capacitățile fiecăruia, respectiv, C_x^a, C_e^b, C_y^a și capacitatea grupării cu C^*. Avem:

$$\frac{1}{C^*} = \frac{1}{C_x^a} + \frac{1}{C_e^b} + \frac{1}{C_y^a} = \frac{1}{C_x^a} + \frac{1}{C_y^a} + \frac{1}{C_e^b} = \frac{C_x^a + C_y^a}{C_x^a C_y^a} + \frac{1}{C_e^b} =$$

$$= \frac{\frac{\varepsilon_a S}{x} + \frac{\varepsilon_a S}{y}}{\frac{\varepsilon_a S}{x} \cdot \frac{\varepsilon_a S}{y}} + \frac{1}{C_e^b} = \frac{\varepsilon_a S\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)}{(\varepsilon_a S)^2 \frac{1}{xy}} + \frac{1}{C_e^b} =$$

$$= \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{\varepsilon_a S}{xy}} + \frac{1}{C_e^b} = \frac{\frac{x+y}{xy}}{\frac{\varepsilon_a S}{xy}} + \frac{1}{C_e^b} = \frac{x+y}{\varepsilon_a S} + \frac{1}{C_e^b}.$$

$$\boxed{\frac{1}{C^*} = \frac{1}{\frac{\varepsilon_a S}{x+y}} + \frac{1}{C_e^b}}$$

Notăm $C_{x+y}^a = \dfrac{\varepsilon_a S}{x+y}$ și se observă că reprezintă capacitatea unui condensator având aceeași suprafață S a armăturilor, dielectricul de permitivitate ε_a și distanța $x+y$ între armături. Deci

$$\boxed{\frac{1}{C^*} = \frac{1}{C_{x+y}^a} + \frac{1}{C_e^b}} \quad (1)$$

rezultă că cele trei condensatoare grupate în serie pot fi echivalate (au aceeași capacitate totală C^*) cu o grupare în serie a două condensatoare, unul rămânând cel constituit din placa dielectrică, celălalt având dielectricul de permitivitate ε_a, suprafața armăturilor S și distanța dintre armături $x+y$.

Altfel spus, cele trei condensatoare grupate în serie din figura (b) au capacitatea echivalentă C^* aceeași cu cele două condensatoare grupate în serie din figura (c).

② Să demonstrăm

$$C' = C^*$$

Pentru simplitate, vom considera C^* ca fiind a grupării din figura (c). Avem, datorită grupării în serie a celor două condensatoare de capacități C_e^b, respectiv C_{x+y}^a:

$$V_A - V_B = (V_A - V_D) + (V_D - V_B)$$

Înlocuind diferențele de potențial scoase din aplicarea definiției capacității condensatorului:

$$C' = \frac{Q}{V_A - V_B}; \quad C_e^b = \frac{Q}{V_A - V_D}; \quad C_{x+y}^a = \frac{Q}{V_D - V_B}$$

obținem

$$\frac{Q}{C'} = \frac{Q}{C_e^b} + \frac{Q}{C_{x+y}^a} \quad \text{sau} \quad \boxed{\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_{x+y}^a} + \frac{1}{C_e^b}} \quad (2)$$

Din compararea lui (1) cu (2) rezultă

$$\boxed{C' = C^*} \quad (3)$$

Din cele de mai sus rezultă egalitatea capacității C' a condensatorului obținut din cel inițial (fig. a) după introducerea plăcii dielectrice, cu capacitatea C^* a grupării serie a condensatoarelor obținute dacă privim fețele plăcii dielectrice ca pe niște foițe metalice, devenind astfel armături ale unor condensatoare, după cum arată figurile (b) și (c).

După cum s-a arătat la (1) capacitatea C' nu este influențată de faptul dacă placa introdusă se așază „lipit" de o armătură sau nu.

③ Calculul lui C'.

In baza celor arătate la (1) și (2) putem calcula C' calculând capacitatea uneia din grupările serie date în fig. (b) sau (c). Vom folosi situația de la (c).

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C^a_{d-e}} + \frac{1}{C^b_e} \;; \quad C' = \frac{C^a_{d-e} \cdot C^b_e}{C^a_{d-e} + C^b_e} = \frac{\frac{\varepsilon_a S}{d-e} \cdot \frac{\varepsilon_b S}{e}}{\frac{\varepsilon_a S}{d-e} + \frac{\varepsilon_b S}{e}} =$$

$$\frac{\varepsilon_a \varepsilon_b S}{e(d-e)} \cdot \frac{e(d-e)}{\varepsilon_a e + \varepsilon_b (d-e)} = \frac{\varepsilon_a \varepsilon_b S}{\varepsilon_a e + \varepsilon_b (d-e)}$$

Impărțind și numărătorul și numitorul la $\varepsilon_a \varepsilon_b$ se obține:

$$\boxed{C' = \frac{S}{\frac{e}{\varepsilon_b} + \frac{d-e}{\varepsilon_a}}} \quad (4)$$

④ Dependența lui C' de C. Se știe $C = \frac{\varepsilon_a S}{d}$. Deci de la (3) reținem

$$C' = \frac{\varepsilon_a S}{d} \cdot \frac{\varepsilon_b \cdot d}{\varepsilon_a e + \varepsilon_b (d-e)} = \frac{\varepsilon_b d}{\varepsilon_a e + \varepsilon_b (d-e)} \cdot C$$

sau

$$\boxed{C' = \frac{\frac{d}{\varepsilon_a}}{\frac{e}{\varepsilon_b} + \frac{d-e}{\varepsilon_a}} \cdot C} \quad (5)$$