

COLOCVIUL  
INTERNĂTIONAL  
UNESCO  
BUCUREȘTI  
23 IX — 2 X  
1968

PROBLEME  
ACTUALE  
ALE  
MODERNIZĂRII  
INVĂȚĂMÎNTULUI  
MATEMATICII  
ÎN ȚĂRILE  
EUROPENE

## SUMAR

	<u>Pag.</u>
INTRODUCERE .....	7
ORDINEA DE ZI .....	21
LISTA PARTICIPANȚILOR .....	22
COMITETUL NAȚIONAL DE ORGANIZARE .....	24
COMITETUL DE REDACTARE A PROIECTULUI DOCUMENTULUI FINAL: „CONCLUZII ȘI RECOMANDĂRI“ .....	25
COLECTIVUL REDACȚIONAL AL VOLUMULUI LUCRĂRILOR COLOCVIULUI	25
ȘEDINȚA FESTIVĂ DE DESCHIDERE A LUCRĂRILOR COLOCVIULUI (Marți, 24 IX, orele 10)	
Alocuțiunile de deschidere rostite de acad. <b>Miron Nicolescu</b> , acad. <b>Grigore C. Moisil</b> , acad. <b>Nicolae Teodorescu</b> , acad. <b>Andrei Oțetea</b> și prof. <b>Hans Freudenthal</b> .... 23—35	
PRIMA ȘEDINȚĂ DE LUCRU (24 IX, orele 11,30—13)	36
Primul punct al ordinii de zi: „Rolul învățămîntului matematicii în societatea contemporană“ .....	36
<i>Rapoarte, referate și comunicări:</i> .....	36
<b>G. Papy (Belgia)</b> ; „Influența cercetării matematice asupra învățămîntului școlar“ ..	36
<i>Discuții:</i> .....	43
Au luat cuvîntul: <b>A. Krygowska</b> , <b>S.L. Sobolev</b> , <b>N. Teodorescu</b> , <b>D. Kurepa</b> , <b>H.G. Steiner</b> , <b>P. Abellanas</b> și <b>G. Papy</b> .....	43—49
A II-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (24 IX, orele 15,30—17)	50
Punctul al 2-lea al ordinii de zi: „Principii generale. Metode și mijloace“.....	50
<i>Rapoarte, referate și comunicări:</i> .....	50
<b>H.B. Griffiths (Anglia)</b> ; „Studii privind programa cursurilor de matematică pentru matematicieni“ .....	50
<b>J. Surányi (Ungaria)</b> „Observații asupra sarcinilor învățămîntului matematicii și asupra dificultăților sale“ .....	58
<b>Gr. C. Moisil (România)</b> ; „Despre cîteva probleme ale modernizării predării matematicii și felul în care acestea sînt considerate în România“ .....	62
<b>A. Roumanet (Franța)</b> ; „Trei feluri de exerciții studiate în clasa a VI-a (elevi de 11 ani)“ ..	67
<i>Discuții</i> .....	77
Au participat: <b>G. Papy</b> și <b>Gr.C. Moisil</b> .....	77—78

<b>A III-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (24 IX, orele 17,15—19)</b>		
Punctul al 2-lea al ordinii de zi (continuare) .....		78
<i>Rapoarte, referate și comunicări:</i> .....		78
<b>A. Revuz (Franța):</b> „Învățămîntul matematic la începutul nivelului secundar; importanța sa și dificultățile sale“ .....		78
<b>A. Fuller (Anglia):</b> „Predarea în școli a matematicilor aplicate (în Anglia și Wales)“ ..		80
<b>M. Haimovici (România):</b> „Mecanica în școala medie“ .....		85
<i>Discuții</i> .....		87
Au luat cuvîntul: <b>C. Iacob și N. Teodorescu</b> .....		87—88
<b>A IV-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (25 IX, orele 9—11)</b>		
Punctul al 2-lea al ordinii de zi (continuare) .....		90
<i>Rapoarte, referate și comunicări:</i> .....		90
<b>H. Freudenthal (Olanda):</b> „Integrarea la sfîrșit sau la început?“ .....		90
<b>W. Servais (Belgia):</b> „Utilizarea matematicii și coordonarea învățămîntului modern al matematicii cu învățămîntul celorlalte discipline, în școala secundară“ .....		98
<b>P. Abellanas (Spania):</b> „Produsul tensorial și produsul exterior în învățămîntul secundar“ ..		105
<b>C. Iacob (România):</b> „Asupra introducerii noțiunii de integrală definită la clasa a XII-a reală“ .....		113
<i>Discuții</i> .....		120
Au participat: <b>Gr. C. Moisil, N. Teodorescu, D. Kurepa, A. Revuz, S.L. Sobolev, H.G. Steiner, H.B. Griffiths, W. Servais și H. Freudenthal</b> .....		120—127
<b>A V-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (25 IX, orele 11,15—13,45)</b>		
Punctul al 2-lea al ordinii de zi (continuare) .....		127
<i>Rapoarte, referate și comunicări:</i> .....		127
<b>A.Z. Krygowska (Polonia):</b> „Limbajul matematic în învățămîntul modernizat“ .....		127
<b>M. Håstad (Suedia):</b> „Învățămîntul individualizat al matematicii în clasele VII—IX“ ..		130
<b>E. Castelnuovo (Italia):</b> „Studierea transformărilor affine în primul ciclu al școlii secundare italiene“ .....		144
<b>T. Popoviciu (România):</b> „Probleme pe care le ridică formarea tinerilor matematicieni în spiritul actualei dezvoltări a matematicii“ .....		152
<i>Discuții</i> .....		156
Au luat parte: <b>T. Popoviciu, R. Miron, Gr. C. Moisil, W. Servais, H. B. Griffiths, M. Håstad, D. Kurepa și P. Abellanas</b> .....		156—159
<b>A VI-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (25 IX, orele 15,30—17)</b>		
Punctul al 2-lea al ordinii de zi (continuare) .....		160
<i>Rapoarte, referate și comunicări:</i> .....		160
<b>K. Winkelbauer (Cehoslovacia):</b> „Predarea disciplinelor matematice în legătură cu cibernetica“ .....		160
<b>A. Johansen (Norvegia):</b> „Predarea matematicii în școlile medii norvegiene și în universitate“ .....		162
<b>I. Stoian și I. Radu (România):</b> „Îmbinarea lecțiilor tradiționale cu instruirea programată în predarea matematicii în școala medie“ .....		164
<i>Discuții:</i> .....		171
Au participat: <b>A. Revuz, A. Krygowska, G. Papy și W. Servais</b> .....		171—174

A VII-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (25 IX, orele 17,30—19)	175
Punctul al 2-lea al ordinii de zi (continuare)	175
<i>Rapoarte, referate și comunicări:</i>	175
<b>L. Mancini Proia (Italia):</b> „O experiență ciștigată în predarea geometriei la nivelul elevilor de 14—18 ani“	175
<b>J. Vyšin (Cehoslovacia):</b> „Folosirea anumitor modele geometrice în predarea modernizată“	181
<b>E. Opreanu (România):</b> „Asupra elaborării conținutului învățămîntului în vederea dezvoltării gîndirii matematice“	188
<i>Discuții:</i>	196
Au luat cuvîntul: <b>J. Fort, W. Servais, G. Papy, A. Krygowska, J. Surányi și H. Freudenthal.</b>	196—202

A VIII-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (26 IX, orele 9—11)	202
Punctul al 2-lea al ordinii de zi (continuare)	202
<i>Rapoarte, referate și comunicări:</i>	202
<b>Frédérique Papy (Belgia):</b> „O experiență pedagogică de 10 ani în Belgia“	202
<b>J. Fort (Franța):</b> „O experiență în predarea matematicii în clasa a șasea a liceelor și colegiilor: aplicarea ei în 1967—1968 la Academia din Poitiers“	235
<b>M. Bögözi (România):</b> „Modernizarea procedeele instructive în orele de matematică“	246
<b>D. Roșca (România):</b> „De la clasic la modern sau de la modern la clasic în predarea matematicii în școala generală?“	250
<i>Discuții:</i>	254
Au participat: <b>A. Krygowska, A. Revuz, I. Grigore, W. Servais, H.B. Griffiths și C. Lindenstein</b>	254—259

A IX-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (26 IX, orele 11,15—13,30)	259
Punctul al 2-lea al ordinii de zi (continuare)	259
<i>Rapoarte, referate și comunicări:</i>	259
<b>J. de Siebenthal (Elveția):</b> „Irreductibilitatea geometriei“	259
<b>M.A. Touyarot (Franța):</b> „Aspecte ale renovării învățămîntului matematicii la nivel elementar“	274
<b>E. Georgescu-Buzău, Gr. Bănescu, N. Matei (România):</b> „Rolul problemelor în educația matematică a elevilor“	281
<i>Discuții:</i>	286
Au luat cuvîntul: <b>H. Freudenthal, P. Abellanas, Gh. Th. Gheorghiu, J. Surányi și A.W. Fuller.</b>	286—289

A X-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (26 IX, orele 15,30—17)	289
Punctul al 3-lea al ordinii de zi: „Formarea cadrelor“	289
<i>Rapoarte, referate și comunicări:</i>	289
<b>H. Freudenthal (Olanda):</b> „Formarea continuă a profesorilor în Olanda“	289
<b>A.F. Monna (Olanda):</b> „Predarea matematicii în școlile secundare din Olanda“	295
<b>T. Roman (România):</b> „Părerii și propuneri cu privire la activitatea matematică extrașcolară cu elevii“	299
<i>Discuții:</i>	306
Au luat parte: <b>J. Surányi, A. Roumanet, G. Papy, D. Rimmer, M. Touyarot, M. Håstad, și D. Kurepa</b>	306—310

A XI-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (26 IX, orele 17,15—19)	310
Punctul al 3-lea al ordinii de zi (continuare)	310
<i>Rapoarte, referate și comunicări</i> :	310
A. Delessert (Elveția) : „Conexiuni între reforma învățămîntului matematicii și formarea continuă a profesorilor“	310
<i>Discuții</i> :	322
Au luat cuvîntul: A.W. Fuller, N. Teodorescu, G. Papy și Gh. Capșa	322—326
A XII-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (27 IX, orele 9—11)	326
Punctul al 3-lea al ordinii de zi (continuare)	326
<i>Rapoarte, referate și comunicări</i> :	326
H.G. Steiner (R.F. a Germaniei) : „Proiecte privind crearea unui centru de didactica matematicii la Universitatea din Karlsruhe, R.F. a Germaniei“	326
A.Z. Krygowska (Polonia) : Metodologia predării matematicii, obiect de studiu la nivelul superior“	339
P. Abellanas (Spania) : „Despre organizarea învățămîntului. Grupele de lucru“	350
F. Neigenfindt (R.D. Germană) : „Rolul pregătirii matematice în societatea socialistă din R. D. Germană“	352
<i>Discuții</i> :	358
Au participat: E. Opreanu, H. G. Steiner, W. Servais, P. Abellanas, H. G. Steiner și A. Krygowska	358—364
A XIII-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (27 IX, orele 11,15—13,30)	364
Punctul al 3-lea al ordinii de zi (continuare)	364
<i>Rapoarte, referate și comunicări</i> :	364
J. Donio (Franța) : „Intervenția ordinatorilor în învățămîntul matematicii“	364
N. Teodorescu și R. Cristescu (România) : „Învățămîntul matematic universitar în România“	367
A. Hollinger (România) : „Despre inițierea în geometrie“	380
<i>Discuții</i> :	386
Au luat cuvîntul: C. Iacob, Popescu-Zorica, J. Fort, W. Servais și A. Krygowska	386—393
A XIV-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (27 IX, orele 15,30—17)	393
Punctul al 4-lea al ordinii de zi: „Cooperarea internațională“	393
<i>Discuții</i> :	393
Au participat: A. Krygowska, A.W. Fuller, Gh. Galbură, P. Abellanas, H.G. Steiner, H.B. Griffiths, M. Håstad, D. Kurepa și N. Teodorescu.	393—401
A XV-a ȘEDINȚĂ DE LUCRU (27 IX, orele 17,15—19)	401
Punctul al 4-lea al ordinii de zi (continuare)	401
<i>Discuții</i> :	401
Au luat cuvîntul: H. Freudenthal, J. Donio, J. Vyšin, A. Krygowska, W. Servais, T. Roman, H. Freudenthal, A. Revuz, H. Freudenthal, H.B. Griffiths, A. Revuz, H. Freudenthal, P. Abellanas, W. Servais și H.G. Steiner	401—413
PREZENTAREA CONCLUZIILOR ȘI RECOMANDĂRILOR	414
CONCLUZII ȘI RECOMANDĂRI	417
ȘEDINȚA DE ÎNCHIDERE A LUCRĂRILOR COLOCVIULUI	426
Alocuțiunile rostite de prof. H. Freudenthal, acad. Gr. C. Moisil, acad. N. Teodorescu și acad. M. Nicolescu	426—429

dau seama că ea nu mai este inaccesibilă și că dispun de energia necesară pentru înțelegerea și însușirea materiei.

Un alt avantaj al activității pe grupe față de activitatea în cercuri de matematică este că oferă posibilități mai vaste profesorului pentru stimularea și îndrumarea elevilor spre rezolvarea independentă a problemelor.

În încheiere aș aminti pregătirea absolvenților pentru examenul de bacalaureat, ceea ce s-a făcut în anul școlar 1966—67 în trimestrul III. Ea s-a desfășurat în întregime după principiul activității pe grupe. În cele două clase a XI-a am avut câte 6—7 ore afectate recapitulării materiei din liceu. Acest număr de ore a fost aproape dublat, în urma faptului că elevii celor două clase au fost împărțiți în două grupe „A” (cei care se pregăteau pentru examenul de admitere la facultăți și școli tehnice) și „B” (elevi care s-au pregătit pentru examenul de bacalaureat). Astfel în două clase separate am ținut concomitent câte două ore de matematică pe zi. Cu elevii repartizați în grupa „A” am rezolvat probleme date la diferite examene de admitere, în așa fel că pentru cele două ore am indicat 8—10 probleme, urmînd ca ele să fie terminate acasă. Cu acești elevi m-am ocupat la începutul primei ore și în pauze, rămînîndu-mi aproape două ore de curs pentru activitatea comună cu elevii grupei „B”, procedînd la repetarea materiei din liceu cu ajutorul problemelor recapitulative cuprinse în manual.

În urma acestei preocupări, din cei 50 de elevi prezentați la examenul de bacalaureat 48 au trecut cu succes. Dintre elevii grupei „A” (16 elevi) 10 s-au prezentat cu succes la Institutul politehnic, 1 la Universitate și 5 la școli tehnice.

Media anuală la matematică a elevilor intrați în institutele de învățămînt superior a fost de 8,80 în clasa a XI-a; iar în anul I al institutelor superioare au obținut media 7,85.

Avînd în vedere că activitatea pe grupe am utilizat-o cu acești elevi numai în clasa a XI-a (1 an de zile) ajungem la concluzia că prin folosirea ei s-a reușit o bună pregătire a elevilor, precum și formarea unor deprinderi și priceperi de muncă individuală și de studiu.

#### **D. ROȘCA (România): DE LA CLASIC LA MODERN SAU DE LA MODERN LA CLASIC ÎN PREDAREA MATEMATICII ÎN ȘCOALA GENERALĂ?**

Există două căi de modernizare a învățămîntului matematicii în condițiile actuale ale școlii.

Prima cale urmează principiul genetic, în sensul că aplică noile idei și concepte, plecînd de la exemple particulare, bazate pe cunoștințe obișnuite pînă acum în școală, pe care le vom numi cunoștințe de matematici clasice.

A doua cale este aceea de a introduce — dacă ar fi posibil — un număr minim de concepte și idei fundamentale sub forma lor cît mai generală, fără a apela la cunoștințe clasice de matematici, deducîndu-le apoi pe acestea din urmă, drept consecințe ale noțiunilor generale.

Încercările de modernizare urmează, în general, prima din căile indicate. Aceasta se explică prin existența unei îndelungate experiențe în ceea ce privește didactica matematicii clasice.

Deoarece introducerea unor noțiuni moderne se încearcă mai ales la clase mari, ideile noi au menirea să sistematizeze, să generalizeze diverse rezultate particulare cunoscute deja de elevi. Calea introducerii lor apare astfel ca fiind aceea de la particular la general, de la clasic la modern.

Dar avantajele introducerii unor concepte fundamentale ale matematicii moderne sînt cu atît mai diminuate, cu cît aceasta se face la clase mai mari, caz în care crește și dificultatea exemplurilor de matematică clasică utilizate pentru „clasificarea“ noilor noțiuni. Este îndoielnic faptul că principalul obstacol în însușirea ideilor și noțiunilor moderne de bază, în general destul de simple, constă în înțelegerea esenței acestor noțiuni și a limbajului adecvat, și nu în dificultatea modelelor concrete ale exemplurilor particulare prezentate. Nu este exclus ca tocmai din cauza acestei ultime alternative noțiunile de matematică modernă să pară elevilor greu accesibile.

Apare astfel problema dacă nu cumva introducerea unor idei fundamentale ale matematicii moderne s-ar face în condiții mai bune la vîrste mici, poate chiar de la începutul școlarității.

Pentru un om care a dobîndit o oarecare pregătire matematică în sensul clasic, ideile moderne prezintă elementul noutății, deci al dificultății. Soluția învingerii acestor dificultăți este normal să fie căutată în exemple din arsenalul matematicii școlare clasice, care se consideră a-i fi mai familiare.

La începutul școlarității însă, elevul nu are cunoștințe sistematice nici de matematică clasică, nici de cea modernă, toate prezentînd aproximativ același grad de noutate. În această situație este evident că cunoștințele de matematică clasică nu mai sînt un suport firesc, concret, familiar — cum ni se pare nouă — pentru noțiunile de matematică modernă. Elevul își însușește acele cunoștințe care i se transmit, cu condiția să nu-i depășească posibilitățile de înțelegere, de asimilare.

Trebuie studiată problema dacă, în alternativa modernizării predării matematicii din primii ani ai școlarității, nu ar fi posibil și avantajos să pornim nu de la clasic la modern, ci de la modern la clasic, de la general la particular cît mai consecvent. Dacă această cale s-ar dovedi accesibilă elevilor, ea ar duce la o considerabilă economie de timp și de eforturi, la cunoștințe mai profunde, mai închegate. Ea ar duce la desconggestionarea programelor și manualelor școlare, mult prea încărcate în prezent, ar furniza timp disponibil copilului, atît de prețios pentru normala lui dezvoltare, la care din păcate atentează tot mai insistent tendința modernizării, în condițiile predării matematicii de la particular la general.

De aici rezultă însemnătatea experimentărilor organizate la clasele I-VIII, în vederea modernizării predării matematicii pornind de la modern la clasic, de la general la particular, cît mai consecvent. Personal am organizat un astfel de experiment în anul școlar 1967—68, cu un grup de 15 copii de 9—10 ani dintr-o clasă a III-a de la școala generală nr. 3 din Piatra Neamț, proiectul avînd o durată de 6 ani. În desfășurarea experimentului s-a presupus că acești elevi știu să scrie și să citească, iar ca bagaj de cunoștințe matematice știu să numere și să scrie numerele (nu prea mari) și să efectueze operații simple cu aceste numere. La ultima premisă se poate renunța.

În baza experienței de 20 de ani pe care o am la catedră am admis ipoteza că există posibilitatea desprinderii, mai timpurii decît se crede în

prezent, de stadiul gândirii concrete, a unei mai depline fructificări a puterii de abstractizare a elevilor de vîrstă mică, de familiarizare cu generalitatea specifică matematicii, de urmărire a unor raționamente de la general la particular, de mînuire a simbolurilor. În realizarea acestor obiective, cheia succesului am considerat-o stabilirea raportului optim necesar între intuiție și abstractizare, reducînd pe cît posibil ponderea intuiției și abuzul de exemple concrete în predare, pentru a nu lega prea mult gândirea elevului de concret și a facilita deprinderea cu generalitatea și abstractizarea matematică.

Pe baza acestor considerente am presupus că la vîrsta de 9—10 ani noțiunea de mulțime poate fi introdusă pornind de la materialul intuitiv, de la care se poate trece pe nesimțite și destul de repede la mulțimi de simboluri. Prin introducerea simbolurilor și a unor idei și concepte moderne de mare generalitate, se poate apoi construi întreaga matematică, în mod unitar, nu înlăturînd matematica clasică, ci deducînd-o din noțiunile generale.

Pentru a da posibilitatea comparării modului cum reacționează elevii de vîrste diferite în contact cu elementele de matematică modernă, cît și față de introducerea lor pe cele două căi amintite, de la clasic la modern și de la modern la clasic, am înființat concomitent cu cercul elevilor de clasa a III-a, un cerc „martor” cu elevi din clasa IX-a de la liceul nr. 2 din Piatra Neamț, cu vîrsta de cca. 16 ani, la care s-au predat pentru început aproximativ aceleași teme. La cercul „martor” noțiunile generale au fost deduse din analiza multiplelor exemple particulare, din cunoștințele de matematică clasică avute de elevi.

În urma experimentării ipotezei emise, grupul de elevi de clasa a III-a a fost adus în circa 5 luni, în care s-au ținut 34 de lecții, aproximativ la nivelul de dezvoltare a grupului elevilor de clasa a IX-a, în legătură cu temele ce au constituit experimentul din acest prim an și anume:

— noțiunea de mulțime, notarea simbolică, operații cu mulțimi, scheme grafice;

— noțiunea de corespondență, corespondență univocă și biunivocă, perechea ordonată pe baza noțiunii de corespondență, produs cartezian;

— noțiunea de operație algebrică internă sub forma generală, definirea și scrierea în mai multe moduri, în cazul mulțimilor cu mai multe elemente sau infinite;

— exemple de operații oarecare în mulțimi arbitrare, operații oarecare în  $N$ , adunarea și înmulțirea în  $N$ , scăderea în  $N$  și faptul că ea nu-i totdeauna posibilă;

— mulțimea  $Z$  a întregilor, definirea modulului și a operației de adunare în  $Z$ .

Practica a arătat că problemele ce trebuie rezolvate pe parcursul unui astfel de experiment sînt extrem de complexe, dar rezolvabile. Primele concluzii par a confirma pe deplin ipotezele făcute, rezultatele obținute fiind de-a dreptul spectaculoase. Tocmai aceste rezultate, deduse din lecția practică pe care am ținut-o în cadrul consfătuirii pe țară a profesorilor de matematică, ce a avut loc la Piatra Neamț, la 15 iulie 1968, au surprins pe participanții la consfătuire. Ei și-au exprimat nedumerirea pentru faptul că este posibil ca niște copii de cca. 10 ani să lucreze atît de ușor, cu noțiuni ce par dificile elevilor din clasele mari și uneori chiar studenților din primii ani.



Experimentul a scos în evidență că la însușirea unor noțiuni abstracte de matematică este necesar materialul intuitiv, dar în măsură mult mai mică decât se crede de obicei, risipa de material didactic fiind chiar dăunătoare procesului de abstractizare, întârziindu-l. Schemele grafice executate cu cretă colorată pe tablă s-au dovedit cele mai comode și au dat rezultate mai bune în însușirea cunoștințelor.

El a scos în evidență necesitatea ca elevii să se deprindă a privi ca o muncă serioasă activitatea matematică, posibilitatea de a o face interesantă și accesibilă în urma unui efort susținut și nu ca un joc. Jocurile matematice constituie un interesant mijloc de plecare în abordarea unor probleme, cu condiția să nu li se dea o extindere prea mare, deoarece nu educă atitudinea de muncă perseverentă necesară însușirii matematicii, îndepărtează de matematică pe copii, atunci când nu vor mai putea găsi în matematică un joc, ocupă nejustificat de mult timp copiilor și irosește un mare volum de muncă din partea profesorului pentru confecționarea materialelor necesare jocurilor și a coordonării desfășurării lor, în schimbul obținerii unor rezultate care, după cum arată practica, pot fi obținute pe alte căi într-un timp scurt, în mod temeinic și comod, la vârste potrivite începerii unui studiu matematic.

Experimentul a dovedit că transmiterea unor noțiuni esențiale ale matematicii, fără a se prezenta elevilor denumirile corespunzătoare, este neîntemeiată. Odată conținutul însușit, prezentarea denumirii nu complică lucrurile decât în primul moment, dificultățile de pronunțare fiind ușor învinse, în schimb se obține comoditatea în exprimarea ideilor, lucru simțit și apreciat de elevi.

Dacă înțelegerea și exprimarea corespunzătoare a ideilor se realizează relativ ușor, reproducerea după un timp constituie o problemă mai dificilă pentru elevii de clasa a III-a, față de cei de clasa a IX-a, pentru rezolvarea căreia trebuie găsite soluții. Sugestii valoroase ar putea da în acest sens un grup de învățători cu experiență, care ar experimenta acest mod de predare.

S-a constatat că pentru elevii de 9—10 ani însușirea matematicii pe baza raționamentului de la general la particular, de la modern la clasic, este posibilă. Dificultăți mari întâmpină însă cadrele didactice, care ar experimenta un asemenea mod de predare, în legătură cu care nu există deprinderi și nici material bibliografic corespunzător. Publicațiile de specialitate existente depășesc posibilitățile unui învățător ce a terminat școala pedagogică de mai mulți ani și care nici nu a studiat în școală astfel de probleme. Aceasta face ca masa învățătorilor să nu manifeste receptivitate față de ideile modernizării predării matematicii la clasele I-IV. Lucrarea tradusă în limba română, „Matematica modernă“ vol. I a lui *G. Papy* care a stat la baza experimentului făcut de mine, se adresează unor elevi mai mari, de cca. 12 ani.

Modernizarea predării matematicii școlare implică reevaluarea unora din metodele și principiile clasice. Fără a contesta valabilitatea acestora, se impune un mai atent studiu al modului lor de utilizare, cercetînd urmările nefaste asupra formării gîndirii matematice a elevilor, din neglijarea sau din utilizarea excesivă a unora din ele. Astfel, experimentul făcut mi-a creat convingerea că raționamentul de la particular la general și metoda

intuitivă folosite prea intensiv duc la deprinderea cu un mod de a gândi, care constituie un serios impediment în calea modernizării predării matematicii. Elevii mici, care nu și-au deprins gândirea într-un anumit mod, nu resimt multe din obstacolele care nouă, celor mari, ne par greu de trecut.

## DISCUȚII

### A. KRYGOWSKA (Polonia)

Aș dori să pun în discuție cele spuse de d-l, *Roșca* al cărui raport îl consider foarte interesant, pentru că mi se pare că trebuie să ne înțelegem asupra unei anumite terminologii pedagogice.

În primul rând, trebuie să facem o distincție între două expresii: „cale genetică istorică” și „cale genetică psihologică”. Dacă vorbim de modernizarea învățămîntului matematicii și dacă vrem, de exemplu, să introducem noțiunea de mulțime și operația de aplicație destul de devreme — dacă o facem cu copiii de 7 ani, din prima clasă a școlii primare — atunci se spune că nu se urmează calea genetică. Dar altceva este procedeul genetic istoric. Nu se poate trece de la general la particular; se pornește de la un exemplu, de la o situație concretă, se pornește chiar de la mai multe exemple și de la mai multe situații concrete și acest mod de generalizare diferă de generalizarea tradițională.

Să luăm, de exemplu, noțiunea de funcție. De obicei ea se prezintă astfel: Este evident că la început omul activ realiza corespondențe, care erau necesare în viața de fiecare zi. Aceasta era, deci, o activitate foarte primitivă; nu se putea organiza viața, fără să existe anumite corespondențe. Acesta este punctul de plecare. Apoi ce s-a făcut? S-a procedat la o abstracțizare. Operațiile aritmetice prezentau, de asemenea, corespondențe. Ce s-a mai făcut? S-a trecut la funcția numerică în aritmetică, la transformare în geometrie, la alte corespondențe și toate acestea au fost tratate în mod izolat. Apoi, în analiza funcțională, în teoria mulțimilor și în alte domenii din matematica contemporană s-a trecut la o generalizare și s-a ajuns la noțiunea generală de funcție, considerată ca o aplicație a unei mulțimi într-o altă mulțime. Și aceasta este o generalizare a tuturor acestor noțiuni, dezvoltate în cursul istoriei matematicii. Dar la început s-a pornit de la un punct inițial, acela de corespondență într-un sens foarte primitiv.

Cum se poate ajunge la această noțiune în învățămînt? Putem să ajungem cu copiii noștri la această noțiune pe două căi: la început, să dăm exemple de funcții numerice. Se ajunge, deci, la noțiunea de funcție numerică. După aceea se dau exemple de transformări geometrice și se ajunge la noțiunea de transformare geometrică. Apoi, la un nivel mai ridicat, se ajunge la noțiunea de funcție în sensul general.

Dar putem să facem și altfel: putem să luăm aceleași exemple, aceleași situații și să le generalizăm mai devreme. Nu de la cazuri speciale, dar pornind de la cazuri bine alese, s-ar putea formula mai devreme, la un nivel mai scăzut, aceleași noțiuni.

Oare nu ar fi aceasta calea genetică? Da, este calea genetică, fiindcă am pornit de la diverse exemple, de la multe exemple diferite și nu de la

părți. Într-adevăr nu sînt niciodată de acord, atunci cînd ni se reproșează că atunci cînd vrem să modernizăm învățămîntul matematicii, păstrăm calea genetică. Este calea genetică în sensul psihologic, care nu este același lucru cu calea genetică în sens istoric. Sînt două lucruri absolut diferite.

Acesta este primul lucru pe care doream să-l menționez aici.

Al doilea lucru este că d-l *Roșca* a spus că trebuie să se înceapă destul de devreme să se reducă rolul intuiției; ori eu sînt pentru o modernizare realizată foarte devreme, chiar în școala primară, așa cum a spus și d-l *Surányi* aici. Această modernizare este realizată la noi în clasele experimentale de la începutul școlii primare. Asta nu înseamnă să eliminăm, la acest nivel, intuiția. Noi utilizăm intuiția și elementele unui anumit formalism. Trebuie să dezvoltăm intuiția matematică, fiindcă altfel nu vom face nimic cu elevii noștri.

Deci, eu sînt pentru materialul didactic — este un mijloc care dă foarte bune rezultate — dar pentru un material didactic care să fie construit în spiritul învățămîntului modern și nu pentru un material didactic în sensul tradițional. Avem materiale didactice multe, care sînt construite astfel, care cuprind anumite structuri matematice și copiii, utilizînd aceste materiale, descoperă structuri matematice generale. Și aceasta este problema: să se construiască materiale didactice, care să fie adaptate noțiunilor moderne din matematică. Avem asemenea materiale, care ne ajută să ne atingem scopul propus.

Este o problemă pe care o subliniez, fiindcă în țara noastră purtăm aceleași discuții cu autoritățile din școli, cu profesorii și chiar cu profesorii universitari. Vreți să părăsiți calea genetică? Ne îndepărtăm de calea istorică, într-adevăr, dar aceasta este însă altceva. Nu vrem să eliminăm intuiția, ci dimpotrivă dorim să o dezvoltăm. Și ceea ce dorim este ca formalismul să nu fie folosit în mod exclusiv. De aceea utilizăm materiale didactice, care fac o legătură între intuiție și un oarecare formalism.

Am auzit, în timpul ultimelor zile, lucruri pe care le considerăm foarte interesante, deoarece conferințele respective se refereau la experiențe care au fost înfăptuite — la lucruri foarte concrete — și putem constata cum metodologia experienței pedagogice se dezvoltă în prezent, cum se caută mijloace de a se ajunge la rezultate obiective și acesta este un fapt încurajator. Mi se pare că trebuie să tragem toate concluziile din aceste referate privind experiențele realizate.

Trebuie să analizăm bine aceste rezultate, fiindcă sînt probleme care se referă la metodologia, la experiența pedagogică în modernizarea învățămîntului matematicii.

Cînd vorbim despre modernizarea învățămîntului, cred că trebuie să subliniem trei aspecte: în primul rînd, în unele țări (ca de exemplu în Iugoslavia), de la începutul primei clase se lucrează cu mulțimi și cu corespondențe; iar în al doilea rînd, în ceea ce privește terminologia: cuvîntul funcție. Este păcat, într-adevăr, că din ce în ce mai des acest termen este utilizat pentru a desemna funcții uniforme. După părerea mea, ar fi mult mai bine să vorbim de funcție în general. Al treilea aspect: trebuie în mod sistematic, să păstrăm cele două metode: cea intuitivă și cea formalistă.