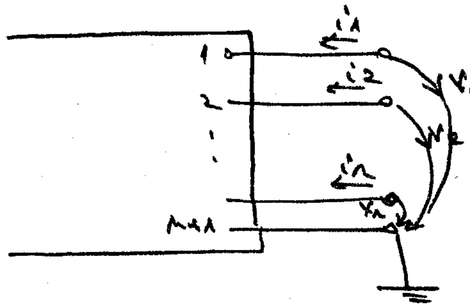
3) Circuite multiport cu bornă comună

În acest paragraf voi da o demonstrație a unei afirmații privind circuitele multiport liniare cu bornă comună, pe care am construit-o, pornind de la unele remarci din lucrarea [2] pag 103, privind matricea admitanței nedefinită Y_i și legătura ei cu matricea admitanțelor de scurtcircuit a multiporților cu bornă comună.

Să considerăm multiportul din figură, care are borna n+1 ca bornă comună:

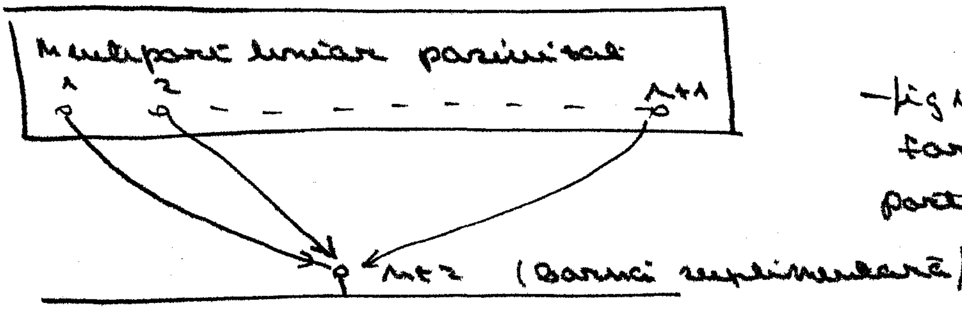


— fig 12 —
Multiport cu bornă comună („masă")

Vreau să arăt că matricea admitanțelor de scurtcircuit a acestui multiport, are o proprietate specială, și anume este slab dominantă pe linii (coloane). Astfel, dacă un circuit duce, prin procedeul tăieturii la un astfel de multiport liniar, G fiind slab dominant și T tare dominant pe coloane: $T^{-1}G \in P_0$ și deci pot aplica diverse teoreme (cum ar fi cea de unicitate) indiferent de valorile parametrilor G

Pentru a atinge acest scop voi porni de la observația ([2] - pag 118) că, pentru a scrie matricea admitanțelor de scurt circuit a acestui multiport, putem proceda astfel: adăugăm un nod exterior suplimentar $n+2$, scriem matricea admitanță nedefinită pentru n-portul astfel format, apoi tăiem linia și col. corespunzătoare nodului $n+1$ și obținem matricea G.

Să urmărim puțin acest procedeu:

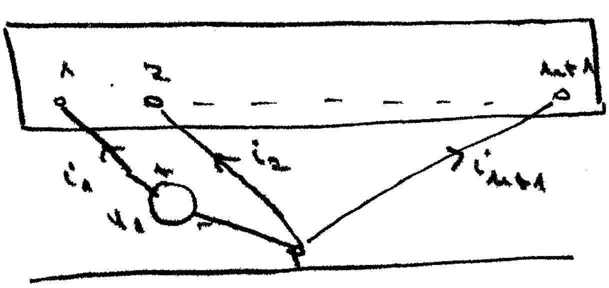


— fig 13 — formarea multiportului lărgit.

Pentru a calcula elementele matricii Y_i a admit. nedefinite, procedăm astfel: Atașăm la fiecare poartă cu o sursă de tensiune V_k, cu celelalte porți scurtcircuitate și măsurăm curenții determinați astfel: $i_1, \dots, i_{n+1}$. Atunci:

$$Y_{jk} = \frac{i_j}{V_k}\Big|_{V_1 \dots V_{k-1}, V_{k+1} \dots V_{n+1} = 0}$$ (toate celelalte terminale la masă)

Procedând ca atare, de exemplu la poarta 1 obținem:



— fig 14 — determinarea elementelor Y_i

<u>Observația esențială</u> pe care o facem este:

Tensiunea V_1 produce curentul i_1, în sensul din fig 14

Calea de întoarcere însă, în nodul $(n+1)$ este astfel încât, a dacă ~~...~~ se există o componentă prin nodul K, la are sens invers sensului de referință.

Aceeași lucru e valabil pentru toate părțile.

$\boxed{\text{Concluzia 4}}$: Elementele matricii Y_i satisfac relațiile

$$(47)\qquad \begin{cases} y_{kk} \geq 0 & \forall\, k = 1 \ldots n+1 \\ y_{jk} < 0 & \forall\, j \neq k. \end{cases}$$

Acum să încercăm să formăm o altă remarcă, [2] privind matricea Y_i și anume că : ~~...~~

$\boxed{\text{Lemă}}$ ~~Observații~~ ~~suma~~ Suma elementelor de pe orice linie sau coloană a matricii Y_i este nulă: $\boxed{\sum_{i=1}^{n+1} y_{ij} = 0}$ (48)

Ultimele două propoziții ne fac să putem analiza tabloul

$$G \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} y_{11} & y_{12} & \ldots & y_{1n} & y_{1\,n+1} \\ y_{21} & y_{22} & \ldots & y_{2n} & y_{2\,n+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ y_{n1} & y_{n2} & \ldots & y_{nn} & y_{n\,n+1} \\ \cancel{y_{n+1\,1}} & \cancel{y_{n+1\,2}} & \ldots & \cancel{y_{n+1\,n}} & \cancel{y_{n+1\,n+1}} \end{array}\right] = Y \qquad (49)$$

și care ne arată obținerea matricii admitanțelor de scurtcircuit pentru multipolul inițial, luând pe $n+1$ ca bornă comună (v fig 12). Desigur că am fi putut proceda la fel și față de orice alt nod.

Relațiile (47), (48), (49) ne pot oferi concluzia dorită. Într-adevăr, să luăm de exemplu:

~~$(y_{11} + y_{12} + \ldots + y_{1n} + y_{1\,n+1} = 0)$~~

$y_{11}+y_{12}+y_{13}-\dots+y_{1m}+y_{1m+1}=0$

unde $y_{12}, y_{13}, \dots y_{1m+1} \le 0$, $y_{11} > 0$

$\Rightarrow y_{11} = -(y_{12}-\dots-y_{1m}) - y_{m+1}$. $\quad (-y_{m+1} \ge 0)$

$\ge -(y_{12}-\dots-y_{1m}) = |y_{12}|+\dots+|y_{1m}|$

(căci $y_{1j} \le 0$)

Procedând la fel cu celelalte coloane găsim că

$y_{22} \ge |y_{12}|+|y_{32}|-\dots+|y_{m2}|$

$\cancel{y_{33}} \rightarrow$ — — — — —

$y_{mm} \ge |y_{1m}|+|y_{2m}|-\dots+|y_{m-1\,m}|$.

(50) Dar aceste relații:

$\boxed{y_{kk} \ge \sum_{\substack{j=1\\ j\ne k}}^{m} |y_{jk}|}$ sunt exact definiția matricelor slab dominante pe coloane. Nu ne mai rămâne decât să observăm, din tabloul (49) că $y_{jk} = G_{jk}$ și am arătat că:

$\boxed{\text{Teoremă}}$ ~~Consecința~~ Dacă un multipol cu borne comune admite reprezentare G, atunci matricea G e slab ~~tare~~ dominantă pe coloane.

$\boxed{\text{Observație 15}}$: Practic deseori G e tare dominant pe coloane, ceea ce poate fi util în teoreme de existență, care cer ca $T^{-1} G \in P$, lucru valabil pt G tare dom. pe coloane. Tot din analiza precedentă se vede că ~~dacă~~ G e tare dominant pe coloane dacă $y_{jm+1} \ne 0$, ~~G este tare dominant pe coloane~~ adică dacă borna m+1 are legături rezistive prin muchii cu oricare din celelalte borne!

(4) O clasă de circuite – teorema de unicitate.

Am văzut că circuitul din exemplul 1, are o soluție unică oricare ar fi elementele din schemă. Vom arăta un rezultat mult mai tare. Mai întâi să facem remarca, trivială:

Lemă 1: Un circuit format din surse independente și elemente liniare, nu poate avea mai mult ca o soluție (v. și art 3).

Lemă 2 (Duffin): Un circuit format din surse independente și rezistențe cvasiliniare (adică elemente cu caracteristica strict crescătoare) nu poate avea mai mult ca o soluție (v. art 3).

(Să pornim de la) un circuit oarecare, cu un singur tranzistor, surse independente de tensiune și curent, rezistențe liniare de valori oarecare și rezistențe cvasiliniare (de pildă diode – cu excepția desigur a elem. de tip diodă tunel, care nu sunt strict crescătoare), condensatori și bobine de valori oarecare (liniare sau neliniare) (eventual cu plaje) Afirmăm că

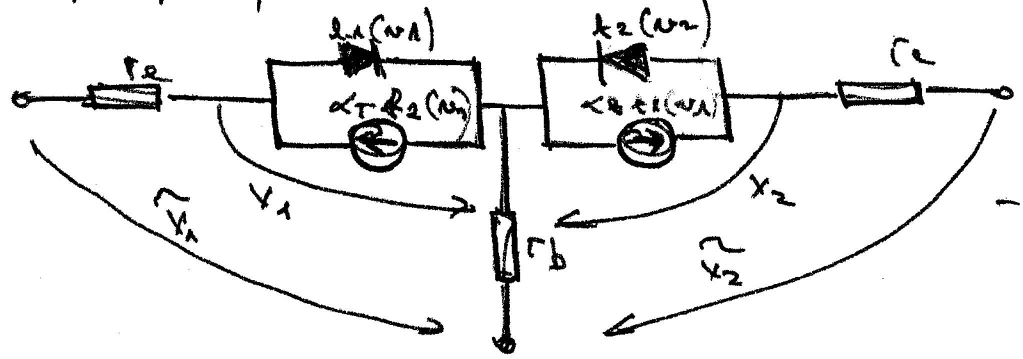
Teorema 2: Un astfel de circuit nu poate avea mai mult ca o soluție de regim staționar. Ca atare el nu poate fi bistabil.

Demonstrație

(În primul paragraf am explicat că ne vom referi numai la partea rezistivă. Vom considera două situații:)

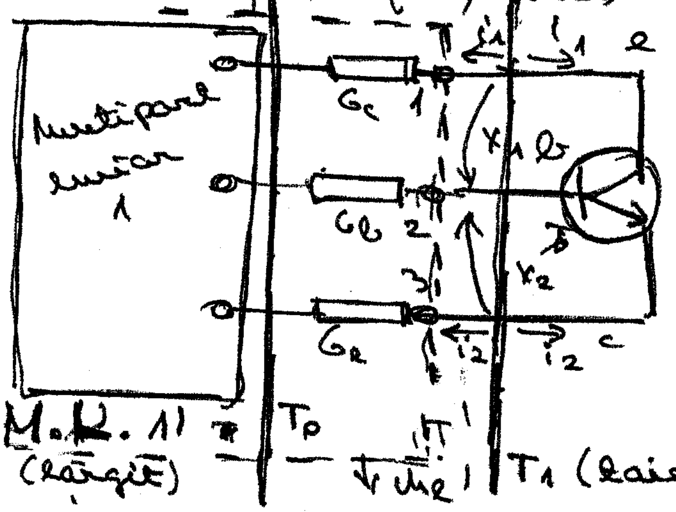
Varianta I

1) Dacă luăm în considerație modelul lărgit al tranzistorului, și ținem cont de prezența rezistențelor de contact ~~de~~ r_b, r_c, r_e, atunci:



— fig 15 — model lărgit al tranzistorului

atunci putem trece G_e, G_b, G_c pe seama multiportului liniar, ~~(Astfel, ...)~~ așa ca în figura.



— fig 16 — Trecerea rezistențelor de contact în multiportul liniar.

În acest fel, de partea liniară a tăieturii T', multiportul liniar M_e' va ~~...~~ admite întocmai o matrice G. Nu mai rămâne decât să folosim rezultatul pe precedent, (care ne asigură ~~...~~) că M_L' are o matrice G a cărei, de asemenea, este dominantă pe coloane), căci este vorba de un multiport cu o bornă comună (2).

Restul este trivial.

Relația neliniară:

(51) $\begin{cases} i_1 = k\, f_1(v_1) - \alpha_r f_2(v_2) \\ i_2 = -\alpha_f f_1(v_1) + \alpha_r f_2(v_2) \end{cases}$ (51)

sau $i = T\,F(v)$ (51')

Porţiunea liniară

(52) $\begin{pmatrix} i_1' \\ i_2' \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \end{pmatrix} - B$ → care ţin cont de prezenţa surselor independente

(52) → matricea adm. de conductanţă a multipolului liniar ML', pasivizat.

Relaţia „oglindă"

(53) $\begin{cases} i' = -i \\ v' = v \end{cases}$ (53)

Din aceste relaţii deducem:

(54) $\boxed{T\,F(v) + G\,v = B}$ (54)

(pe larg $k \begin{pmatrix} 1 & -\alpha_r \\ -\alpha_f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1(v_1) \\ f_2(v_2) \end{pmatrix} + G \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$)

sau

(55) $\boxed{F(v) + T^{-1} G\, v = B}$ (55)

Dar (56) $\begin{cases} T = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha_r \\ -\alpha_f & 1 \end{pmatrix} \text{ e care } a_{11} \geq |a_{12}|,\ a_{22} \geq |a_{21}| \text{ dominantă pe coloane} \\ G - \text{slab dominantă pe coloane (v. ptul 3)} \end{cases}$

⇒ (teorema 8 – partea B – cap 3)

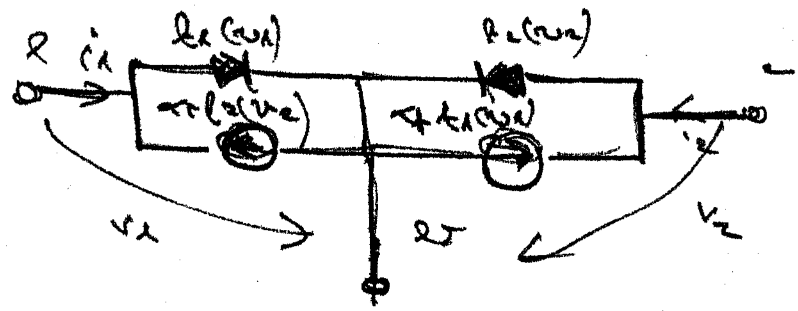
(57) $\underline{T^{-1} G \in P_0}$ de mai

$F(v) + T^{-1} G\, v = B$ are cel mult o soluţie (T4 din cap 3, vezi şi pag 1~~0~~ ale cursului)

Astfel am demonstrat teorema a) în afara parantezei „neutralelor stg, diode cvasiliniare". Asupra acestei fiind vari rează. Deocamdată nu ne punem întrebarea ce s-ar fi întâmplat dacă nu avem la dispoziţie elementele rezistive de terminal? Oare depinde forma rezultatului vreuna de aceste elemente? Vom arăta în cele ce urmează că nu, că indiferent de valoarea nulă sau parţială a acestor elemente, concluzia noastră se verifică.

Var 2 (transformarea doar neliniară) ~~Var 1~~ verificată?

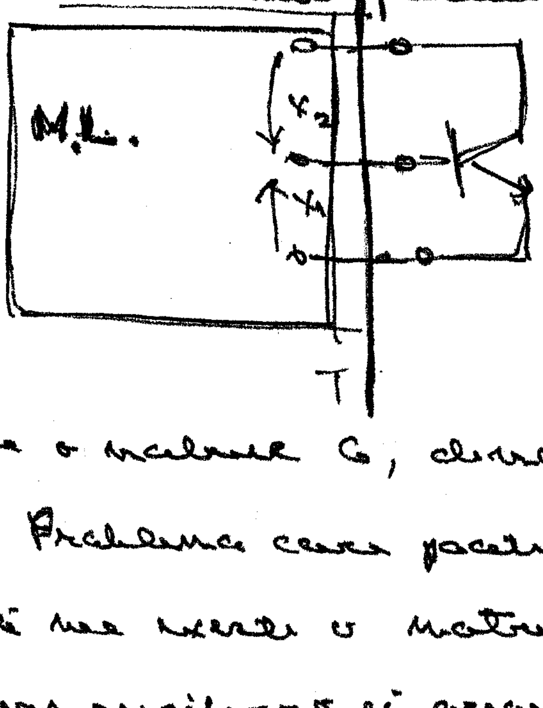
2) Să pornim deci de la modelul simplu al tranzistorului:



-fig 13- modelul simplu al tranzistorului-

fără a mai presupune existenţa rez. de terminal (deci liniară nu-ma se înglobează în circuitul rezistiv).

Dacă multiportul liniar,



-fig 18- tăietura în acest caz

are o matrice G, demonstraţia este cea precedentă.

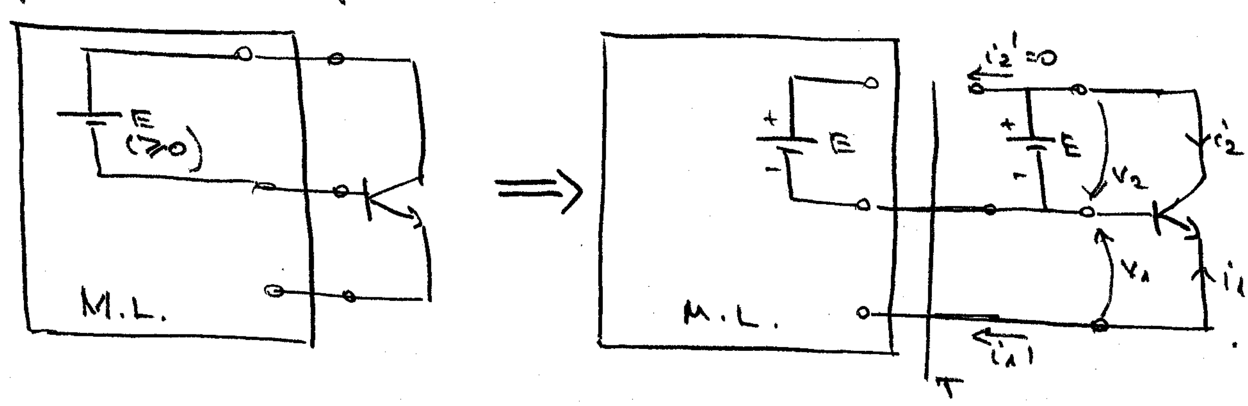
Problema care poate apare este, dacă e posibil să nu existe o matrice G. În capitolele anterioare am specificat că această posibilitate există atunci şi numai atunci cînd multiportul ML din figura 18 creează o buclă de tensiuni de poartă şi tensiuni independente, adică strică independenţa porţilor.

Altfel spus, cînd multiportul polarizat (sursele de curent → goluri nu se pot crea scurturi, dar cele de tensiune produc „scurturi" suplimentare celor existente deja în ML) „apare" o buclă închisă formată din porţi şi scurturi.

La noi, aceste efecte pot fi de două tipuri:

- legarea colectorului sau emitorului la bază
- legarea colectorului cu emitorul.

Care vor fi eliminate aşa cum se arată în figurile de mai jos:



— fig 19 — introducerea „varilegăturilor" la bază în multiportul liniar.

(„varilegături — adică legături eventual prin surse indep)
(In M.L. mai există (nefigurate) orice elemente liniare)

Avem $V_2 = E$

$$(58) \begin{cases} i_1 = f_1(v_1) - \alpha_r f_2(E) \\ i_2 = -\alpha_f f_1(v_1) + f_2(E) \end{cases}$$

şi tăietura să redus la poarta 1:

$$i_1 = f_1(v_1) - \alpha_r f_2(E) \quad \text{(rezist. neliniară)}$$

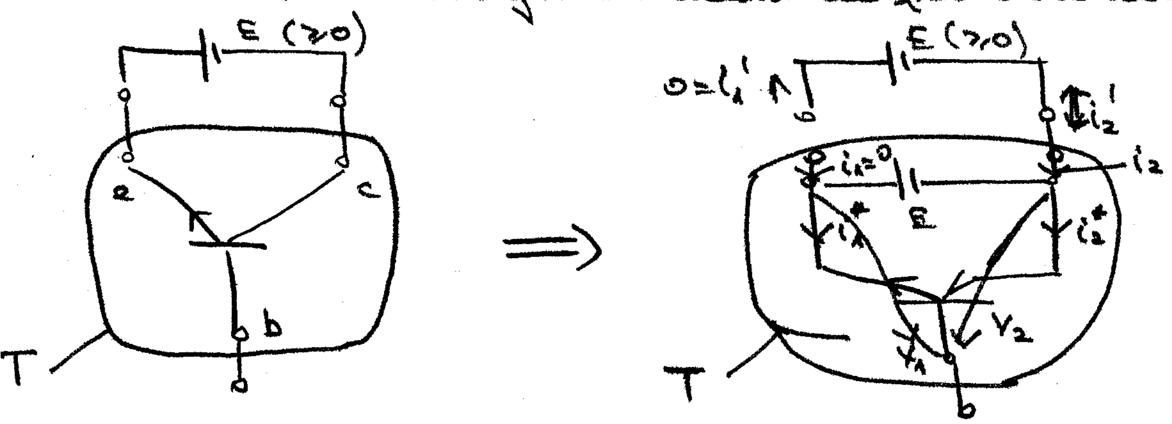
$$i_1' = \bar{G} v_1' - \delta \quad \text{(rezist. liniară)}$$

$$\left.\begin{array}{l} i_1' = -i_1 \\ v_1' = v_1 \end{array}\right\} \text{ rel. oglindă.}$$

$\Rightarrow f_1(v_1) - \alpha_r f_2(E) + \bar{G} v_1 = \delta$ (59), care vezi se observă direct că are o soluție unică, $f_1(v_1)$, $G_1 v_1$ fiind strict crescătoare, vezi $T_1 = 1$, $G_1 = \bar{G}$ sunt tari dominante pe coloane etc.

Deci v_1 e unic $\Rightarrow i_1, i_2$ unice

<u>tipul 2</u> (vom arăta de acum aceleași direcții):



— fig 20 —

(Multiportul liniar mai conține și orice alte elemente nerezistente, dar aflate în exteriorul tăieturii)

$$\left\{\begin{array}{l} i_2 = i_1^* + i_2^* \\ V_1 = V_2 + E \\ i_1 = 0 \\ i^* = TF(v) \end{array}\right. \Rightarrow \quad i_2 = i_1^* + i_2^* = f_1(v_1) - \alpha_r f_2(v_2) - \alpha_f f_1(v_1) + f_2(v_2) = f_1(v_1)(1-\alpha_f) + f_2(v_2)(1-\alpha_r)$$

Avem așadar

$$\left|\begin{array}{l} i_2 = f_1(v_2+E)(1-\alpha_f) + f_2(v_2)\cdot(1-\alpha_r) \quad \text{- rezist. nelin.} \\ \left.\begin{array}{l} i_2' = -i_2 \\ v_2' = v_2 \end{array}\right\} \text{ - relația oglindă și} \\ i_2' = \bar{\bar{G}} v_2 - \bar{b} \quad \text{- rezistența liniară} \end{array}\right.$$

Deci: $k_1(v_2+E)\,(1-\alpha t)+k_2(v_1)\cdot(1-\alpha r)+\bar{\bar{G}}v_2=\bar{b}$ (160)

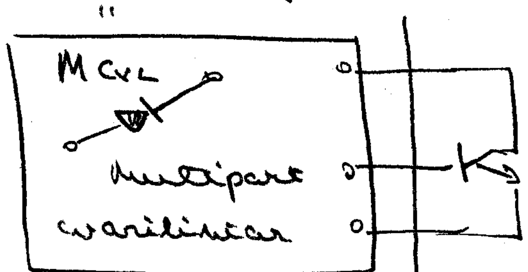
Şi în acest caz s-a redus cu unu „rangul tristeţii", ca urmare a ecuaţiilor. Deoarece o deducţie banală a-rată că (160) are o soluţie unică dacă există (suma a trei funcţii strict crescătoare, e strict crescătoare) De aici rezultă şi unicitatea celorlalte variabile de poartă

1+2) $\boxed{\text{în rezumat}}$ indiferent de tipul de „defecţiune" care va face să nu existe matricea G, vom „introduce*" „sursa perturbaţiei" în multiportul neliniar, ca în fig 19 şi 20. Astfel şi în Varianta a 2-a am arătat unicitatea tu-variabilelor de poartă a tranzistorului.

$\boxed{\text{Partea liniară}}$ Din cele de mai sus, unicitatea tuturor variabilelor în multiportul liniar, rezultă ca o consecinţă imediată a lemei 1 (pag 339), dacă vom considera perechile (v_1, i_1), (v_2, i_2) unic determinate în cadranele I şi III, ca nişte rezistenţe $\boxed{r_1=\frac{v_1}{i_1},\ r_2=\frac{v_2}{i_2}}$ (61), ataşate multiportului liniar. (explicaţie mai largă mai jos) Obs. pag 342)

$\boxed{\text{Considerarea diodelor}}$

Să presupunem că în circuitul liniar sunt introduse şi elemente neliniare de tip „cvasiliniar" – „sau diode generalizate" (adică strict crescătoare)



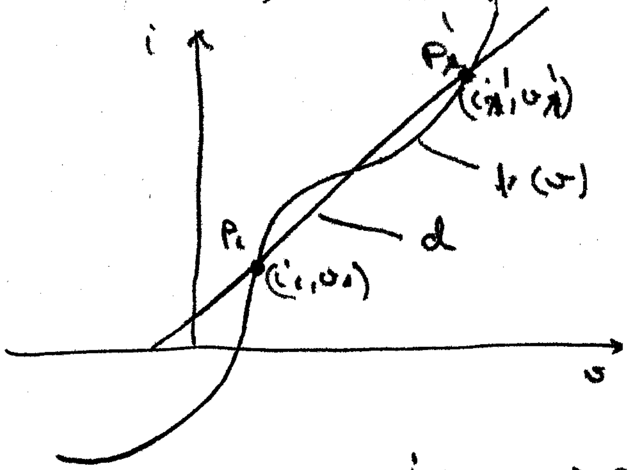
— fig 21 a —

Pentru început suntem în dificultate, căci M.CVL nu admite o reprezentare prin parametri G.

Totuşi vom folosi următorul <u>artificiu</u>:

Să presupunem că o diodă din MCOL ar avea două valori de variabile de terminal care să se încadreze în două soluţii generale (globale) a circuitului:

(i_1, v_1) şi (i_1', v_1'). La fel pentru celelalte diode (2)



— fig 21 b —

Trasarea dreptei a trece prin două eventuale soluţii.

<u>Ideea de bază</u>: f fiind crescătoare, o dreaptă d, care uneşte două puncte oarecare $P_1(i_1, v_1)$, $P_1'(i_1', v_1')$ <u>are panta pozitivă</u>. Deci ecuaţia lui d

$$\boxed{v = Ri + \alpha_0} \quad (62)$$

(63) $\alpha_0 = v_1' + \frac{v_1 - v_1'}{i_1 - i_1'}$

(64) $R = \frac{v_1 - v_1'}{i_1 - i_1'} > 0$ → ies din scrierea ecuaţiei prin punct. P_1 şi P_1'

Observaţie

Dacă pe vreuna din diode cele două soluţii coincid $i_1 = i_1'$, $v_1 = v_1'$, atunci îi vom ataşa dreapta d: $\boxed{v = R_1 i + \beta_0}$ (65), cu $R_1 \geq 0$ (66), care să treacă prin punctul (i_1, v_1) (ecuaţia dreptei prin punct şi pantă) $\Longrightarrow \boxed{\beta_0 = v_1 - R_1 i_1}$. Dacă obligăm curba să treacă prin cadranele I şi III (vezi diodele standard) am fi putut lua $R = \frac{v}{i}$. <u>Deci (65) poate fi calculată şi pe</u>

4 <u>„partea liniară" (v pag 341) când stăm numai în cadr I şi III</u>

În acest mod, să presupunem că circuitul global ar admite două rînduri de soluții:

$$\begin{cases} (i_1, v_1) \ldots\ldots (i_q, v_q) & \text{— pe diode } (q) \\ (i'_1, v'_1), \ldots\ldots (i'_q, v'_q) & \end{cases}$$

~~(unde~~

— unde putem exclude cazul chiar că perechile ~~...~~ să coincidă. (atunci folosim 65).

$(i_{q+1}, v_{q+1}) \ldots\ldots (i_{q+r}, v_{q+r})$

$(i'_{q+1}, v'_{q+1}) \ldots\ldots (i'_{q+r}, v'_{q+r})$ pe rezistențe. (r)

— și $(\tilde{i}_1, \tilde{v}_1), (\tilde{i}_2, \tilde{v}_2)$, $(\tilde{i}'_1, \tilde{v}'_1), (\tilde{i}'_2, \tilde{v}'_2)$ } pe porțiunile tranzistorului.

Atunci, vom proceda astfel: înlocuim fiecare dintre diodele $1 \ldots q$ cu un circuit format dintr-o ~~...~~ conductanță $G > 0$ și o sursă de curent I_0 a căror valori sînt date în rel 64 (sau (66) dacă ~~dioda are~~ cuplurile de variabile coincid). Obținem acum un circuit:

- format numai din tranzistorul dat și elemente liniare pozitive
- care satisface două seturi de variabile, ca soluție

Ori aceasta este exclus, conform rezultatelor precedente.

Ca urmare am arătat că ~~și variabilele diodelor~~ nici diodele eventual prezente în circuit nu pot altera proprietatea sa de a avea cel mult o soluție.

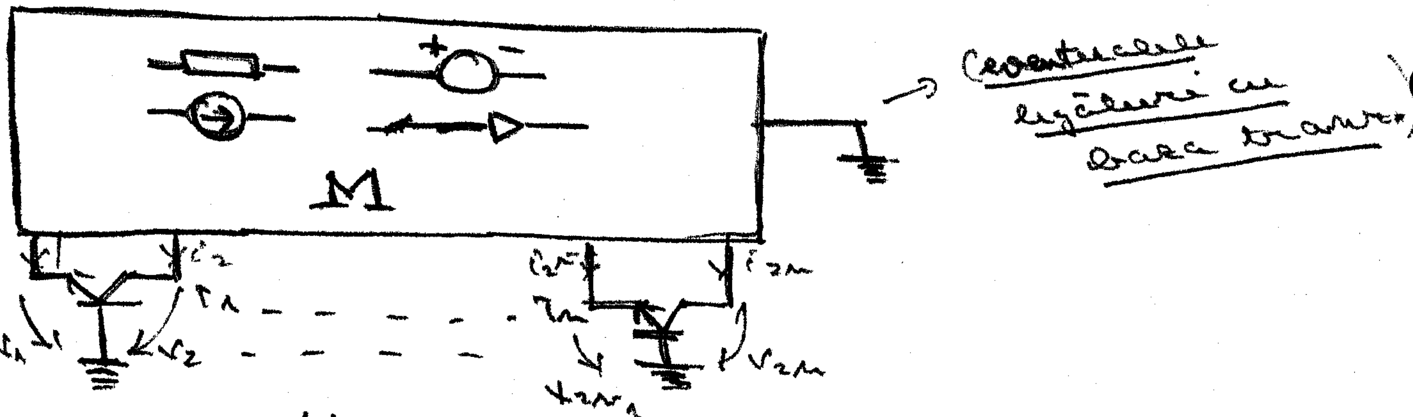
Cu aceasta T 2 este pe deplin demonstrată.

q.e.d

(5) O clasă mai generală. Teoreme de unicitate

În acest paragraf vom încerca să extindem rezultatul anterior la o anumită clasă de circuite cu mai multe tranzistoare. Ideile de bază au fost tratate parțial în demonstrația studiului 4 (T 2).

Fie clasa circuitelor cu tranz. care au toate bazele conectate împreună. Schematic o vom reprezenta:



— fig 22 — : Clasa Z_H de circuite ([illegible])

(Obs: s-a considerat direct circuitul rezistiv).

Afirmăm că

Teorema 3 (Willson, Sandberg) Orice circuit cu topologia din figura 22, ($\in$ clasei Z), în care:

- în M sînt cuprinse: surse independente de curent și tensiune, rezistențe liniare nenegative, diode generalizate (rez. strict crescătoare), iar tranz. sînt modelați Ebers-Moll cu singura restricție asupra funcțiilor $f_1(v_1)$, $f_2(v_2)$ să fie strict crescătoare și iar $\alpha_F, \alpha_R \in (0,1)$ oarecare

Nu poate fi bistabil, căci ecuațiile sale au maxim o soluție.

Demonstrație

Aceleași idei ca demonstrația precedentă.

1) Se ~~presupune~~ presupune mai întîi că nu sunt prezente diode în M. Atunci multiportul M devine liniar.

2) (~~In ipoteza acesteia~~ ~~Dar Se vor face~~)

Revenim la aceeași teorema comună, de data aceasta ne referim la modelul restrîns al tranzistoarelor $T_1 \dots T_m$.

Restricția neliniară:

$$i = T\,F(v) \quad (67) \qquad \text{cu } \left(i = \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_{2n} \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{2n} \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} f_1(v_1) \\ \vdots \\ f_{2n}(v_{2n}) \end{pmatrix} \right) \quad (68)$$

Restricția liniară

$$(68) \quad i' = -G v' + B \quad (\text{unde există } G)$$

Rel. algebrice

$$v = v' \qquad i' = -i \qquad (69)$$

$$\Longrightarrow \boxed{T F(v) + G v = B} \quad (70)$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -\hat{\alpha}_r^1 & & & 0 \\ -\hat{\alpha}_f^1 & 1 & & & \\ & & 1 & -\alpha_r^2 & \\ 0 & & -\alpha_f^2 & 1 & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix} = T_1 \oplus T_2 \oplus \dots \oplus T_m$$

(71) și este tare dominantă pe coloane.

G – este ~~tare~~ slab dominantă pe coloane (Teorema 1 pt 3)

$$\Longrightarrow T^{-1} G \in P_0 \quad (T8 - \text{par } B - \text{cap } 3) \quad (72)$$

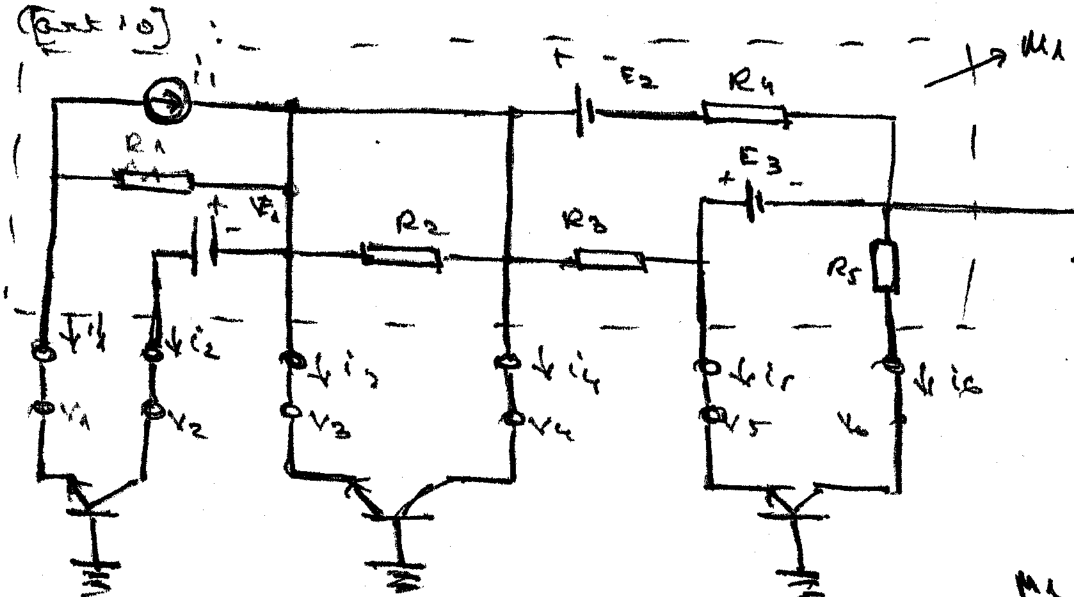
$\Longrightarrow$ ecuația 70 are cel mult o soluție (T4 cap 3).

3) Se include acum ~~rezistoarele~~ diodele în M, dar printr-un proces ~~[illegible]~~ redat la pag 343 (T2), se ajunge la fel la concluzia că nici ele nu pot distruge unicitatea soluției (dacă există).

Aceștia sunt pașii demonstrației. Din nou va mai trebui să facem un efort mai mare, pentru a depăși singura dificultate care a mai rămas: <u>cazul în care multiportul liniar, nu admite matrice G.</u>

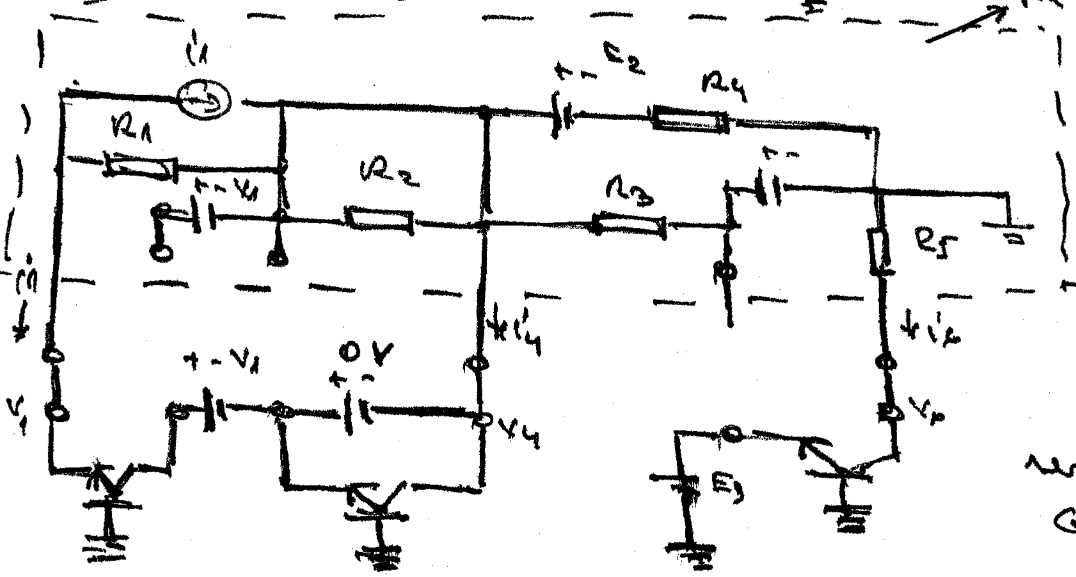
~~Procedeul~~ Tehnica prin care am plasat elementele „perturbatoare" din acest punct de vedere (adică scurtcircuitele din circuitele rezidiu pasivizat care fac să nu existe o buclă din tensiuni de poartă) sunt ilustrate în exemplul:

[Cart 10]:



— fig 22a —

Multiportul liniar în care nu are o matrice G la porțile 1, ... 6.



— fig 22b —

Multiportul liniar, rectificat, are o matrice G la porțile 1, 4, 6.

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_4 \\ i_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1 & -G_1 & 0 \\ -G_1 & G_1+G_3+G_4 & 0 \\ 0 & 0 & G_5 \end{pmatrix} \rightarrow$$ determinată ușor prin inspecție.

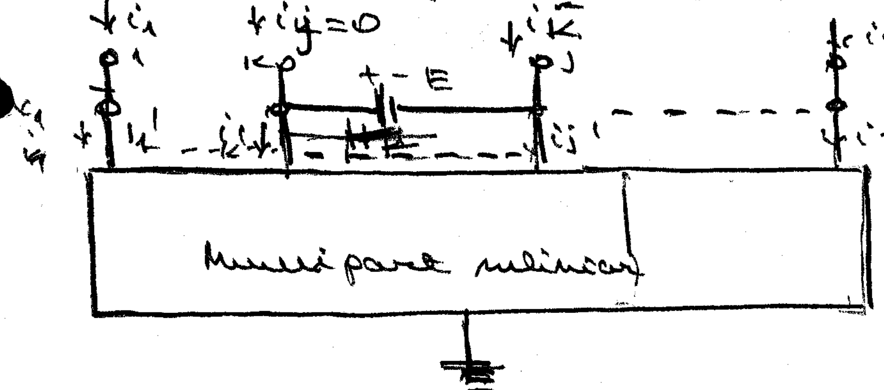
Procedând astfel, vom reuși întotdeauna să facem ca multiportul liniar să aibă o matrice G la porțile rămase.

Mai trebuie acum urmărit care este și efectul introducerii surselor –

| – între terminale sau
| – între un terminal și masă

în circuitul neliniar.

Pentru a face această analiză, să luăm figura:



– fig 23
introducerea surselor între terminale

~~Deci~~ Se îndeplinesc relațiile:

$$(73)\quad \begin{cases} 1)\ i' = T(v) \\ 2)\ i_\alpha = i'_\alpha \ \text{pt}\ \alpha \neq j, k \quad i_j = 0\ ,\ i_k = i_j' + i_k' \\ 3)\ v_j = v_k + E. \end{cases}$$

Ce devin în acest caz restricțiile neliniare?

$\left.\begin{matrix} i_j = 0 \\ \cancel{v_j = v_k + E} \end{matrix}\right\}$ e o primă restricție, ~~...~~ vom elimina din a j-a componentă din ecuațiile $i' = T F(v)]$. Mai exact

$$(74)\quad \begin{aligned} &1)\ i_1 = i_1' = [T_{11}\ T_{12} \dots T_{1\,2n}] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_k + E \\ \vdots \\ v_k \\ \vdots \\ v_{2n} \end{bmatrix} \text{(a j-a comp)} \\ &2) \\ &\ \vdots \\ &j)\ i_j = 0 \\ &k)\ i_k = i_j' + i_k' = [T_{1j} + T_{1k} \dots T_{2n\,j} + T_{2n\,k}] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_k + E \\ v_k \\ v_n \end{bmatrix} \\ &n)\ i_n = i_n' = [T_{n1} \dots T_{n\,2n}] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_k + E \\ v_k \\ v_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Vrem să încercăm să exprimăm cumva aceste ecuații, alegem variabilele $i_1, \dots, i_{j-1}, i_{j+1}, \dots, i_{2n}$, notate $\boxed{i^*}$ (are $2n-1$), $v_1 \dots v_{j-1}, v_{j+1} \dots v_{2n}$ ($\boxed{v^*}$) și sistemul (74) poate fi scris

$$i^* = T^*F\begin{bmatrix} v_1\\ \vdots \\ v_k+E \\ v_k \\ \vdots \\ v_n\end{bmatrix} \qquad (75)$$

unde prin T^* s-a notat matricea obținută din T, adunând linia j la K și eliminând apoi linia j.

Sau, dacă vom considera variabila v^*, (75) devine

$$\boxed{i^* = T^* F(v^*)} \qquad (76)$$

Putem scrie această relație și altfel, observând că operațiile pe care le-am făcut asupra elementelor sunt operații elementare, deci putem aplica matricea unitate în modul descris (adunăm linia j la K și apoi eliminăm linia j). Rezultatul efectuării acestor operații va fi $\hat{\varphi}_*$ (o matrice de ordin $2n-1 < 2n$)

Ecuația (76) poate fi scrisă

$$\boxed{i^* = \hat\varphi\, T\, F(\hat\varphi^{+} v^* + R)} \qquad (77) \qquad \text{cu } R = \begin{pmatrix} 0\\ \vdots \\ 0 \\ -E \\ \vdots \\ 0\end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \to j \\ \\ \\ \end{matrix}$$

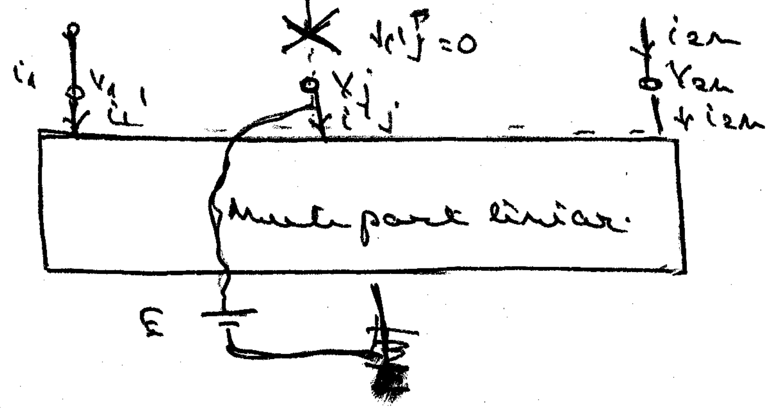
$\boxed{\text{Explicație}}$

$$\mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ j \\ K \\ \\ \end{matrix} \qquad \hat\varphi = \begin{pmatrix} 1 & & 0 & & 0 \\ & \ddots & 0 & & \\ \hline 0 & & 1 & 1 & \\ & & & 1 & \\ & & & & \ddots\ 1 \end{pmatrix} \qquad \varphi' = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & 1 \\ & & & 1 \\ & & & & \ddots\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \hat\varphi' v^* = \underset{2n \times (2n-1)}{\begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & & 1 & \\ & & & \ddots 1 & \\ & & & & \ddots\ 1 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{j-1} \\ v_{j+1} \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{j-1} \\ v_{j+1} \\ \vdots \\ v_K \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \hat\varphi' v^* + R = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_K + E \\ v_K \\ \vdots \end{pmatrix} = \text{Ecd.}$$

Absolut analog putem trata o introducere în calcu-lul a câte unei „cvasi-surse" de la un terminal la masă



— fig 24 —

introducerea surselor între terminale și masă

Acum 1) $i' = TF(v)$

(78) 2) $i_k = i_k'$ pt $k \neq j$ $\quad i_j = 0$

3) $V_k' = V_k$ $\quad \underline{V_j = E}$

De data aceasta pur și simplu vom elimina ecuația a j-a, iar pe V_j îl înlocuim cu E. La fel ca mai înainte obținem:

$$(79) \quad i^* = T^* F \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ E \\ \vdots \\ v_{2n} \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} i^* &= (i_1 \dots i_{j-1}, i_{j+1}, \dots i_{2n})^T \\ v^* &= (v_1 \dots v_{j-1}, v_{j+1}, \dots v_{2n})^T \end{aligned}$$

și dacă prin $\bar{\varphi}$ înțeleg o matrice formată din I_{2n} prin eliminarea liniei j, (T^* este din T prin eliminarea liniei j), la fel ca mai înainte

$$(80) \quad i^* = \bar{\varphi} T F(\bar{\varphi} v^* + R)$$

Procedeul descris mai sus poate fi continuat pentru a lua în considerație ~~fiecare~~ una după alta fiecare sursă de tensiune „parazită" în circuitul neliniar și se vor obține ~~ecuații~~ ecuații <u>la fiecare pas cu un ordin</u> <u>mai mic</u>, de forma (neschimbată):

Pași $\overbrace{*\cdots *}^{k \text{ ori}}$

$$i^{**\cdots *} = y = \varphi_p \varphi_{p-1} \cdots \varphi_1 T F(\varphi_1^{+} \varphi_2^{+} \cdots \varphi_p^{+} v + c) \quad (80)$$

unde φ_k e de forma $\bar\varphi$ sau $\hat\varphi$, depinzând de tipul de operații executate la pasul k, și care mai poate fi scrisă:

$$\boxed{y = \varphi \bar T \bar F(x + c)} \quad (81)$$

(unde inițial ordinea lui x și y este $2n-p$)

(~~Ne propunem să arătăm că~~)

Această ecuație este reprezentarea neliniară, căreia adăugându-i

$$y = -Gx + B \quad \text{(care exercită pe cea continuă)} \quad (82)$$

obținem

$$\boxed{\bar T \bar F(x+c) + Gx = B} \quad (83)$$

<u>Vrem să arătăm că această ecuație are cel mult o soluție.</u>

Pentru aceasta, să presupunem existența a 2 soluții x și y deci

$$\bar T \bar F(x+c) + Gx = B \quad (84)$$

$$\bar T \bar F(y+c) + Gy = B$$

scădere $\bar T [\bar F(x+c) - \bar F(y+c)] + G(x-y)] = 0$ (84 bis)

Dar funcția $\bar F$, are componentele $t_1, \ldots, t_{2n}$, de chiar dacă cu variabile separate), în concluzie, din caracterul strict monoton al f. noastre,

$$\frac{t_1(\alpha) - t_1(\beta)}{\alpha - \beta} = d_1 > 0 \Rightarrow t_1(\alpha) - t_1(\beta) = d_1(\alpha - \beta) \quad \text{cu } d_1 > 0$$

și la fel pentru toate coordonatele

$$\frac{t_k(\alpha)-t_k(\beta)}{\alpha-\beta} \geq d_k \geq 0 \qquad (85)$$

$$\Rightarrow \left(\cancel{\bar{F}(x+c) + \bar{F}(y+c)} = \begin{bmatrix} \cancel{t_1(x_1+c) - t_1(y_1+c)} \\ \vdots \\ \cancel{t_{2n}(x+c) - t_{2n}(y+c)} \end{bmatrix} = \cancel{\begin{matrix} d_1[x_1+c-y_1-c] \\ \vdots \\ d_n[x+c-y \end{matrix}} \right)$$

Aceasta este valoarea pentru care

(86) $$\bar{F}(x+c) - \bar{F}(y+c) \overset{(80)}{=} F(\underbrace{\varphi_1^+ \varphi_2^+ \dots \varphi_p^+ \cdot x + c}_{u}) - F(\overbrace{\varphi_1^+ \dots \varphi_p^+ \cdot y + c}^{v})$$

$$= \begin{bmatrix} t_1(u_1) - t_1(v_1) \\ \vdots \\ t_{2n}(u_{2n}) - t_{2n}(v_{2n}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1(u_1 - v_1) \\ \vdots \\ d_{2n}(u_{2n} - v_{2n}) \end{bmatrix} = D \cdot [u - v] \Rightarrow \quad \text{cu } D = \begin{pmatrix} d_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & d_{2n} \end{pmatrix} \quad (86)$$

$d_k \geq 0$

Deci

(87) $$\bar{F}(x+c) - \bar{F}(y+c) = D\, \varphi_1^+ \dots \varphi_p^+ (x-y) \qquad (87)$$

Așa că

(88) $$\bar{T}\left(\bar{F}(x+c) - \bar{F}(y+c)\right) = \overbrace{\varphi_p \varphi_{p-1} \dots \varphi_1 T}^{\bar{T}} \cdot D \cdot \varphi_1^+ \dots \varphi_p^+ (x-y)$$

$$= T^*(x-y) \qquad (88)$$

Și ~~ecuația~~ relația (84 bis) devine:

$$T^*(x-y) + 6(x-y) = 0. \quad \text{sau}$$

(89) $$(T^* + 6)(x-y) = 0. \qquad (89)$$

Acum e evident că unicitatea va rezulta, dacă arătam că (T^*+6) e <u>riguros nesingulară</u>.

Să arătăm aceasta:

(90) $$T^* = \varphi_p \varphi_{p-1} \dots \varphi_1 (T \cdot D)\, \varphi_1^+ \dots \varphi_p^+ \qquad (90)$$

în primul rând vom observa că:

1) (9.1) T fiind tare dom. pe coloane și D diagonală pozitivă, TD este tot tare dom. pe coloane

într-adevăr:

$$T\,D = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1\,2n} \\ t_{21} & \cdots & \cdots & t_{2\,2n} \\ & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 & & \\ & \ddots & \\ & & d_{2n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 t_{11} & d_2 t_{12} & \cdots & d_{2n} t_{1\,2n} \\ d_1 t_{21} & d_2 t_{22} & \cdots & d_{2n} t_{2\,2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_1 t_{2n\,1} & d_2 t_{2n\,2} & \cdots & d_{2n} t_{2n\,2n} \end{pmatrix} \quad (9.1)$$

Acum se vede clar că $d_1, d_2, \ldots d_{2n} > 0$ nu influențează și nici nu fac dominația pe coloane ✓. De ex:

$$d_1 t_{11} \geq |d_1 t_{21}| + |d_1 t_{31}| + \cdots + |d_1 t_{2n\,1}|$$ se simplifică prin $d_1 > 0$ și devine

$$t_{11} \geq |t_{21}| \ldots + |t_{2n\,1}|$$

și analog pentru celelalte coloane.

2) Apoi vom observa că dacă M e tare dominantă pe coloane, acest lucru rămâne valabil și pentru

(9.2) $Q M Q^t$.

Avem două cazuri

a) $Q = \vec{P}$, deci operația din dreapta duce de fapt la eliminarea liniei j, iar cea din stânga la eliminarea coloanei j, în M:

$$j \begin{pmatrix} m_{11} & \cdots & \Big| & \cdot \\ \hline & & \Big| & \\ \end{pmatrix} \to Q M Q^t$$

Se vede că noua matrice va fi tot tare dominantă pe coloane, căci se urmăresc condițiile de dezvoltare a matricii inițiale:

$a_{KK} \geq \sum_{j \neq K} |a_{jk}|$ prin dispariția din partea dreaptă a termenului a_{jk}. *

b) $\varphi = \hat{O}^1$, atunci operația $\varphi m \varphi^t$ înseamnă: adunarea liniei j la k, a coloanei j la k și eliminarea apoi a liniei și coloanei j din m adică

$$\varphi m \varphi^t = \begin{pmatrix} m_{11} & \dots & m_{1\,j-1} & m_{1\,j+1} & \dots & m_{1k}+m_{1j} & \dots & m_{1\,2n} \\ \dots & & & & & & & \\ m_{j-1\,1} & \dots & & & & & & \\ m_{j+1\,1} & \dots & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & \\ m_{k1}+m_{j1} & \dots & & & & m_{kk}+m_{jj}+m_{jk}+m_{kj} & \dots & \\ \vdots & & & & & & & \\ m_{2n\,1} & \dots & & & & m_{2n\,k}+m_{2n\,j} & \dots & m_{2n\,2n} \end{pmatrix} \quad (93)$$

Si se vede că dominanța pe coloana 1 a fost ușurată, deoarece:

(94) $$m_{11} \geq |m_{21}| + \dots + |m_{j-1\,1}| + |m_{j+1\,1}| + \dots + |m_{k1}+m_{j1}| + \dots + |m_{2n\,1}| \quad (94)$$

este mai ușor de îndeplinit decât

(95) $$m_{11} \geq |m_{21}| + \dots \dots + \underbrace{|m_{k1}| + |m_{j1}|} + \dots |m_{2n\,1}| \quad (95)$$

căci $|m_{k1}| + |m_{j1}| \geq |m_{k1}+m_{j1}|$.

Aceeași observație este valabilă pentru toate coloanele în afară de col k, unde avem ~~unde trebuie să~~

(96) $$|m_{kk}+m_{jj}+m_{jk}+m_{kj}| \geq |m_{1k}+m_{1j}| + \dots + |m_{j-1,k}+m_{j-1,j}| + |m_{j+1,k}+m_{j+1,j}| + \dots + |m_{2n\,k}+m_{2n\,j}| \quad (96)$$

relație îndeplinită care cari ~~mai ușor decât~~

$$\begin{pmatrix} \cancel{m_{kk} \geq |m_{1k}| + \dots + |m_{nk}|} \\ \cancel{m_{jj} \geq |m_{1j}| + \dots + |m_{nj}|} \end{pmatrix}$$

relația (96) poate fi deranjată ~~pr~~ termenul (97)

(97) $$|m_{kk}+m_{jj}+m_{jk}+m_{kj}| \geq |m_{kk}+m_{jj}| - |m_{jk}+m_{kj}|$$

Deci ne și rămâne să arătăm că

$$|m_{kk}+m_{jj}| \geqslant |m_{jk}+m_{kj}| + |m_{1k}+m_{1j}| + \dots + |m_{j-1,k}+m_{j-1,j}| + |m_{j+1,k}+m_{j+1,j}| + \dots + |m_{nk}+m_{nj}| \qquad (98)$$

Această relaţie rezultă uşor din

$$(98)' \quad m_{kk} \geqslant |m_{1k}| + |m_{2k}| \dots |m_{j-1,k}| + |m_{jk}| + \dots + |m_{nk}|$$
$$m_{jj} \geqslant |m_{1j}| + \dots |m_{j-1,j}| + \dots + |m_{kj}| + \dots + |m_{nj}| \qquad (93)$$

(a care reprezintă exact condiţii de dominanţă tare ale lui M) şi faptul că:

$$|a+b| \geq |a| + |b|$$

Am demonstrat aşadar că în aceste situaţii, dacă M e dominantă pe coloane, la fel e şi

$\Phi\, M\, \Phi^t$, cu Φ de formele acceptate aici.

Ne rămâne deci să aplicăm succesiv această proprietate, rezultă că deducem că

(DT) fiind dominantă tare pe coloane (1)

$\Phi_1 (DT) \Phi_1^T$ e — " —

$\Phi_2 \Phi_1 (DT) \Phi_1^T \Phi_2^T$ e - - - - -

$\cancel{\Phi_2 \Phi_1^t}$

$\vdots$

$\Phi_p \dots \Phi_1 (DT) \Phi_1^t \Phi_2^t \dots \Phi_p^t$ e tare dominantă pe coloane. Dacă am arătat că

(99) $\begin{cases} T^* \text{ e tare dominantă pe coloane} \\ G \text{ e slab dominantă pe coloane} \end{cases}$, de unde

e banal să obţinem că

(100) $(T^* + G)$ e tare dominantă pe coloane și deci
(100)
nesingulară (mai exact $T^* + G \in P$) – T7, ~~pag 233~~ (par 3B).

Ca urmare, înlocuindu-se în relația (89), tragem concluzia că $x = y$, și deci nu pot exista mai multe soluții pentru variabilele x și y. Variabilele tranzistorului fiind legate ~~de x și y prin~~:

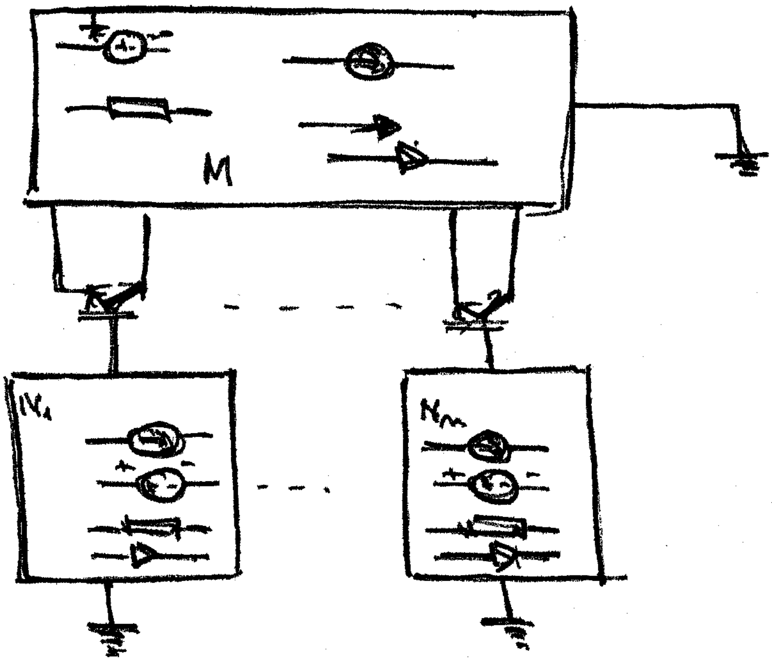
$v = \Phi_1^* \dots \Phi_p^* x$, și $\Phi_1^* \dots \Phi_p^*$ o matrice nesingulară, deducem unicitatea lui v, apoi automat a lui i. Apoi se deduce unicitatea tuturor variab. în n-portul liniar ca la Compl. 1 pag 341 din dem precedentă și tot ca acolo (Compl 2) se procedează în cazul prezenței diodelor.

Cu aceasta demonstrația este încheiată! q.e.d.

Totuși nu ne vom mărgini numai la această clasă de tranzistoare, destul de restrânsă, și care are neajunsul că cere reconsiderarea curenților de terminal (de bază cel puțin) pentru a se ajunge la configurația cu bornă comună. Paragraful următor elaborează această noțiune și generalizează sensibil clasa circuitelor la care ne putem referi,

(6) O altă clasă - teoreme de unicitate

Ne vom referi la circuitele de tipul din figura:



-figura 25-

„Circuitele de clasă 3".

Nu specificăm căi, în multiporții M, N_1, ... Nu sunt surse de tensiune, de curent, rezistențe cu [illegible] negative, diode generalizate (fiindcă [illegible] sunt doar neliniare [illegible] cresc[ătoare]). + $\tilde{\infty}^m$)

(De nu remarcă lipsa condensatoarelor și a bobinelor, figura reprez. numai circuitul rezistiv, ~~format~~ prin înlocuirea condens. cu goluri și a bobinelor cu scurtcircuite - v. discuția de la par 1)

Teorema 4 Circuitul rezistiv din figura 25 (clasă 3) nu poate avea mai mult ca o soluție. (~~existența~~, ~~și~~ ~~oricum~~ am

Consecința 5 ~~adăuga~~ Oricum am adăuga bob sau condens. la circuitul din fig 25, el nu poate deveni instabil, și valorile elementelor, $(\alpha_r, \alpha_k) \in (0, 1)$ și ~~și~~ oricare ar fi t_1, ... tensiunile [illegible]. Machetați flux-ului oarecari, cu singura condiție de a fi strict crescătoare.

Am obținut astfel o teoremă de sinteză a circuitelor bucleabile. Deși la primii pași, astfel de încercări pot produce efecte deosebite în analiza, prezentarea și înțelegerea și modelelor circuitelor ~~unei~~ cu tranzistori. (lărgind deosebirea dintre „circuitul - desen" și circuitul real).

Demonstrații

În mare demonstrația ~~tot~~ are pași asemănători cu cele două demonstrații precedente. Voi arăta acolo unde a-par deosebiri.

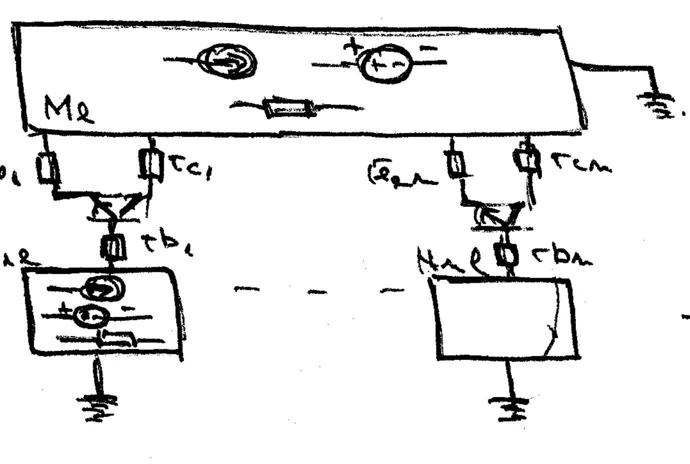
~~Să pre~~

De data aceasta, înainte a îngloba ambele variante (v Teorema 2) de modelare a tranzistorului într-o singură demonstrație, să presupunem valabil modelul complet din fig15, în care punem:

(101) . $r_b^K, r_c^K, r_e^K \geq 0$.

Astfel pentru $r_b^K, r_c^K, r_e^K = 0$ regăsim modelul restrâns.

1) Pentru început vom presupune din nou absența tuturor diodelor din circuit. În acest caz, circuitul devine



— fig 26 — Caz particular: lipsa diodelor

2) Să presupunem mai întâi că în ~~circuite~~ tabloul circuitele $M_{e1}, \dots M_{en}$ nu există surse de curent, sau, chiar dacă există ele pot fi transformate în surse de tensiune.

Într-un cuvânt să presupunem că multiportul M_{Ke} are la cele două borne de intrare o caracterizare Thevenin, printr-o sursă de tensiune și o rezistență serie

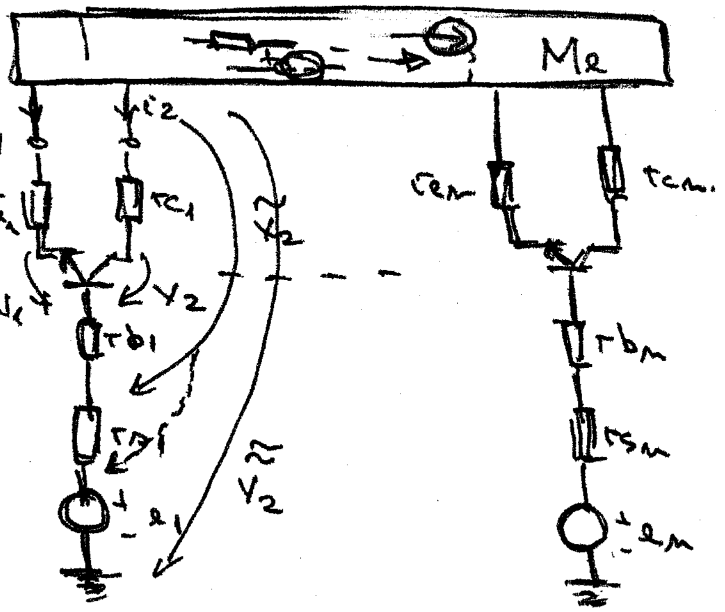


fig 27 -: multiportul : $N_1, \dots N_n$ au o caract. Thevenin.

Suntem acum înarmați să trecem la atac și o vom face exact ca la teorema precedentă. (Cu linie punctată am marcat includerea lui r_{sk} în r_{bk}, pentru simplificare)

Observația ce trebuie făcută de la început este ce logica de liniarizare care leagă v, de $\tilde v$ și apoi de $\tilde{\tilde v}$, ea ne va permite să ne ~~bazăm~~ punem asupra multiportului a unor exact ecuații tabulare ca la teorema 3, care, dacă el admite o caracterizare G, înseamnă că

(102) $$-i = G\tilde{\tilde v}_2 + B \quad \text{(partea liniară)}$$

(103) $$i = T\,F(v)$$

(104) $$v = \tilde v - R\,i \quad \text{(v pag 241 rel 42)}$$ cu $R = R_1 \oplus R_2 \oplus \dots + R_n$

(105) și $$R_k = \begin{pmatrix} r_b^k + r_e^k & r_b^k \\ r_b^k & r_b^k + r_c^k \end{pmatrix}$$

$= \left(\text{iar } Tb^k \Rightarrow Tb^k + \tau b^k \right)$

$$(106) \quad \tilde{\tilde{v}} = \tilde{v} + e \qquad \text{cu } e = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_1 \\ \vdots \\ e_n \\ e_n \end{pmatrix}$$

Relații din care deducem:

$$TF(v) + G\tilde{\tilde{v}} = B$$

$$TF(v) + G(\tilde{v} + e) = B$$

$$TF(v) + G\tilde{v} = B_1 \qquad (B - Ge)$$

$$TF(v) + G(v + Ri) = B_1$$

$$TF(v) + Gv + GRTF(v) = B_1$$

$$\boxed{(I + GR)TF(v) + Gv = B_1} \quad (107)$$

Acum dacă facem apel la T6 par B cap 3, aflăm știm că G fiind dominantă pe coloane și simetrică, deci dominantă este și pozitiv semidefinită.

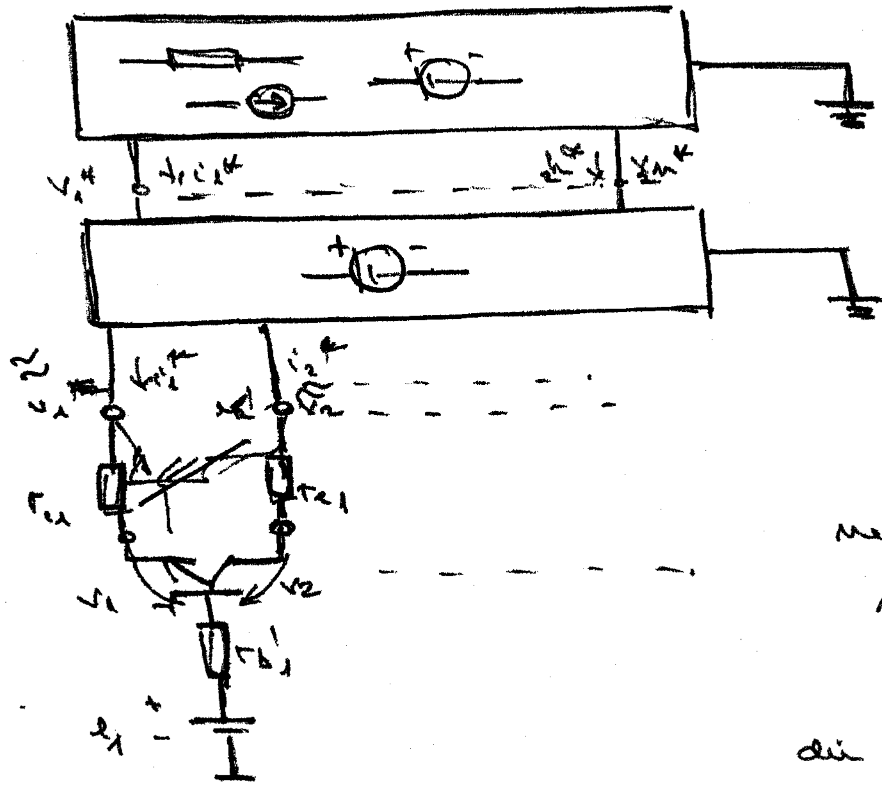
Astfel, T8 cap IV C pag 271, ne asigură că, dacă putem fi siguri de unicitatea ecuației

$TF(v) + Gv = B_1$, lucru pe care l-am demonstrat la teorema precedentă, avem constatat unicitate și pentru ecuația (107)

(Și mai direct aplicăm aici și rezultatul T9 de la pag 272)

De aici am ajuns la ultimul posibil <u>ultim impas</u>: <u>să nu existe inversa G</u>. Ori, tot ce am spus la în demonstrația precedentă este aplicabil și aici. Din nou, „anomaliile" pot fi produse de „anomaliile" provocate de circuit de asupra părților de acces și din nou, vom elimina rînd pe rînd aceste părți, prin introducerea patrientă a senzorilor în circuitul ~~...~~ neliniar.

Vom schematiza cele două procese din figurile 23 și 24 astfel:



-fig 28-: Tranziere în multiportul liniar a senzorilor de ~~...~~ „rentunoclocare" din pct. de vedere a exact lui G.

Acum putem prelua direct din (80) (din teor 3) relațiile găsite pentru încastrări:

$$\begin{cases} i^* = -G v^* + b & (108) \\ i^* = \Phi_p \ldots \Phi_1 i = \Phi i & (109) \\ \tilde{\tilde v}^* = \Phi^+ v^* + c = \Phi_1^+ \ldots \Phi_p^+ v^* + c & (110) \\ i^* = \cancel{\left(T F(\tilde{\tilde v}^* - e - R i\right)} = T F(v) = T F(\tilde v - R i) = T F(\tilde v - e - R i) & (111) \end{cases}$$

Vrem să arătăm că vectorii $i^*, v^*, \tilde{\tilde v}, i$ sunt unici.

Să presupunem că ar $\exists$ două soluții:

$(i^*, v^*, \tilde{\tilde v}, i)$ și $(i^{*\prime}, v^{*\prime}, \tilde{\tilde v}', i')$ a acestor ecuații, atunci avem:

(prin scăderea lor) relațiile:

$$
\begin{array}{l|l}
(112) & i^{*} - i^{*\prime} = -G(v^{*} - v^{*\prime}) \quad (112)\\
(113) & i^{*} - i^{*\prime} = Q(i - i^{\prime}) \quad (113)\\
(114) & \tilde{\tilde{v}} - \tilde{\tilde{v}}^{\prime} = Q^{t}(v^{*} - v^{*\prime}) \quad (114)\\
(115) & i - i^{\prime} = TF(\tilde{\tilde{v}} - e - Ri) - TF(\tilde{\tilde{v}}^{\prime} - e - Ri^{\prime}) \quad (115)
\end{array}
$$

Așa cum am mai observat (nu mai insist aici)

$$(116) \quad F(\tilde{\tilde{v}} - e - Ri) - F(\tilde{\tilde{v}}^{\prime} - e - Ri^{\prime}) = D\cdot(\tilde{\tilde{v}} - e - Ri - \tilde{\tilde{v}}^{\prime} + e + Ri^{\prime}) \quad (116)$$

cu D diagonală, $D > 0$

Deci

$$(117) \quad i - i^{\prime} = TD\left[\tilde{\tilde{v}} - \tilde{\tilde{v}}^{\prime} - R(i - i^{\prime})\right] \quad (117)$$

înlocuind pe 114 în 117 avem:

$$i - i^{\prime} = TD\left[Q^{t}(v^{*} - v^{*\prime}) - R(i - i^{\prime})\right] \text{ sau}$$

$$(118) \quad \{1 + TDR\}(i - i^{\prime}) = TDQ^{t}(v^{*} - v^{*\prime}) \quad (118)$$

Dar $1 + TDR$ e tare dominantă pe linii, căci

$1 + TDR = T(T^{-1} + DR)$ și care dom tare

T tare dom pe coloane $\Rightarrow T^{-1}$ pe linii (aceasta numai datorită structurii speciale a lui T, v. și rel (30) de la pag 323) și cum R e slab dominantă pe linii, iar înmulțirea la dr stânga cu o matrice diagonală pe linii nu alterează o dominanța pe linii a lui R (vezi analogia la rel (91) pag 352) $\Rightarrow DR$ e slab dominantă pe linii.

$$\left.\begin{array}{l} T^{-1} \text{ tare dom pe linii}\\ DR \text{ slab dom pe linii}\end{array}\right\} \Rightarrow T^{-1} + DR \text{ tare do-}$$

minantă pe linii și deci nesingulară (de fapt e P).

Deci pot rezolva (118):

$$i - i' = [i + TDR]^{-1}\, TDQ^{+}\,(v^{*} - v^{*\prime}) \qquad (119)$$

Cu această relație merg în (113) și apoi în (112) și obțin:

$$[Q(i+TDR)^{-1}TDQ^{+} + G]\,(v^{*} - v^{*\prime}) = \Theta \qquad (120)$$

Voi arăta că matricea

$Q(i+TDR)^{-1}TDQ^{+} + G$ e nesingulară. De aici se va deduce foarte că: $v^{*} = v^{*\prime}$, apoi din 119 că $i = i'$, apoi că $i^{*} = i^{*\prime}$ din 113 și $\hat{\hat{v}} = \hat{\hat{v}}'$ din 114, și deci că soluția sistemului <u>parțial este unică</u> (dacă există)

$$\{(i+TDR)^{-1}TD\}\{D^{-1}T^{-1} + R\} =$$

$$= (i+TDR)^{-1}T\underbrace{DD^{-1}}_{i}T^{-1} + (i+TDR)^{-1}TDR = \qquad (121)$$

$$= (i+TDR)^{-1} + (i+TDR)^{-1}TDR = (i+TDR)^{-1}(i+TDR) = i$$

deci $(i+TDR)^{-1}TD = (D^{-1}T^{-1}+R)^{-1}$

Cum însă $\cancel{D^{-1}}\,T^{-1}$ e ~~slab~~ tare dominantă pe linii
$D^{-1}T^{-1}$ — " —
R e slab dominantă pe linii $\Bigg\} \Rightarrow$

$\Rightarrow (D^{-1}T^{-1} + R)$ e ~~slab~~ tare dominantă pe linii și în plus, este în forma particulară $\begin{bmatrix} [\ ] & 0 & \cdots \\ 0 & [\ ] & \\ 0 & \cdots & \ddots \end{bmatrix}$, care și $D^{-1}T^{-1}$ și R au aceeași formă.

<u>Numai de aceea</u> putem trage concluzia că $(D^{-1}T^{-1}+R)^{-1}$ e ~~slab~~ tare dominantă pe coloane

Astfel am reușit să arătăm că .

$(i+TDR)^{-1}TD$ este tare dominată pe coloane.

Trecem de aici la

$$\varphi(i+TDR)^{-1}TD\varphi' = \varphi_p \ldots \varphi_1 (i+TDR)^{-1} TD \varphi_1' \ldots \varphi_p'$$

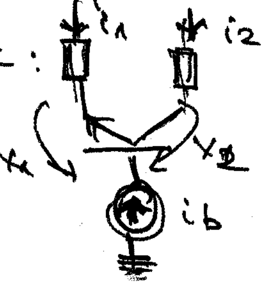
~~rămâne~~ a fost făcută și demonstrația teoremei precedente (v pag 354)

~~Dacă~~ Deci $T^* = \varphi(i+TDR)^{-1}TD\varphi'$ e la rândul ei dominantă tare pe coloane. Cum și G este slab dominantă pe coloane, urmează că:

$T^* + G$ e tare dominantă pe coloană, deci nesingulară q.e.d.

3) Deși pare esențial a fost făcut, mai avem câteva detalii de lămurit. Pentru început să permitem ca în circuitul N (de sus și (fig 27) să fie prezente și diode. Raționând similar ca în teoremele precedente (în sensul că înlocuirea diodelor cu rez. nenegative a „trece" prin două mulțimile pte de funcționare și nu e patrimoniu de tensiune) se ajunge ușor la concluzia că și pe diode setul variabilelor este unic.

4) Pasul următor este să permitem ~~condi~~ circuitului N (din jurul fig 26) să nu admită reprezentare Thevenin, cu alte cuvinte să fie surse de curent, adică posibilitatea ~~sub~~ situației:



— fig 29 — Nodul NK cu o sursă de curent în această situație ecuațiile tranzistorului sînt :

$$\begin{aligned} i_1 &= k_1(v_1) - \alpha_r k_2(v_2) \\ i_2 &= -\alpha_f k_1(v_1) + \alpha_r k_2(v_2) \end{aligned} \qquad (122)$$

deci iar $i_1 + i_2 = i_b$

$\Rightarrow k_1(v_1)(1-\alpha_f) + k_2(v_2)(1-\alpha_r) = i_b$. deci

$$k_1(v_1) = \frac{i_b}{1-\alpha_f} - \frac{k_2(v_2)(1-\alpha_r)}{1-\alpha_f}$$

$$\Rightarrow k_2(v_2) = \frac{i_b}{1-\alpha_r} - \frac{k_1(v_1)(1-\alpha_f)}{1-\alpha_r} \qquad (123)$$

care introduse în 122 dau :

$$i_1 = k_1(v_1) + \alpha_r \frac{k_1(v_1)(1-\alpha_f)}{1-\alpha_r} - \frac{\alpha_r i_b}{1-\alpha_r} =$$

$$= \frac{k_1(v_1)(1-\alpha_r+\alpha_r-\alpha_r\alpha_f) - \alpha_r i_b}{(1-\alpha_r)} =$$

$$= k_1(v_1)\,\frac{(1-\alpha_r\alpha_f)}{1-\alpha_r} - \frac{\alpha_r i_b}{1-\alpha_r} \qquad (124)$$ și analog

$$i_2^* = k_2(v_2)\,\frac{(1-\alpha_r\alpha_f)}{1-\alpha_f} - \frac{\alpha_f}{1-\alpha_f}\, i_b \qquad (125)$$

Aceste relații arată că tranzistorul poate fi pur și simplu înlocuit cu două diode, urmate de regulă o sursă paralelă de curent (dirijează în serie cu r_b, r_c). Prin această înlocuire, tr. respectiv poate fi deci tratat în cadrul exemplului de sus (M), unde am văzut că prezența acestor două diode suplimentare nu poate afecta existența soluțiilor tuturor variabilelor în joc.

Mai rămîne acum doar să formulăm ca și în celelalte $N_1 \ldots N_n$ de jos să existe diodele (nr. necrescătoare). Se face această ultimă completare cu un raționament ~~[illegible]~~ tipic (v pag 341).